

1. Calcule el valor de $\langle r^2 \rangle$ para hidrógeno atómico en el estado fundamental. Compare con el cuadrado del valor medio del radio electrónico. Calcule la susceptibilidad diamagnética de un mol de hidrógeno atómico.
2. Para un gas paramagnético de N átomos por centímetro cúbico y con $L=0$, $S=1/2$, calcule el número de átomos en los dos niveles a la temperatura T y sometido a un campo H . Calcule también la magnetización resultante. Calcule los valores de la población para
 - (a) $N=10^{22}$ cm⁻³, $H=25$ kOe y $T=300$ K
 - (b) Mismos valores que en (a) pero para $T=4$ K.
3. Para el problema anterior, calcule la energía libre de Gibbs $G = E - TS$, donde S es la entropía en función del exceso del número de átomos en el estado de más baja energía. Utilizando la condición de que G es un mínimo para el equilibrio termodinámico, encuentre la susceptibilidad.
4. Considere un sistema de N espines con $S = 172$, no-interactuantes, que está puesto en un campo magnético de magnitud H_0 .
 - a) Muestre que la contribución a la capacidad calórica es $C_M = Nk_B(2\mu_B H_0/k_B T)^2 [\exp(2\mu_B H_0/k_B T)] [1 + \exp(2\mu_B H_0/k_B T)]^{-2}$. Grafique C_M en términos del parámetro $\Delta/T = 2\mu_B H_0/k_B T$. El peak observado es del tipo llamado *anomalía de Schottky*. El máximo de la capacidad calórica es bastante alto, pero para $T \ll \Delta$ y $T \gg \Delta$ esta es baja.
 - b) Muestre que para $T \gg \Delta$ se tiene que $C_M \cong k_B(\Delta/2T)^2 + \dots$. Por ejemplo la interacción hiperfina entre los momentos magnéticos nuclear y electrónico en sales paramagnéticas causa separaciones de niveles del orden de $\Delta \approx 1$ a 100 mK. Estas separaciones son a menudo detectadas experimentalmente por la presencia de un término $1/T^2$ en la capacidad calórica en la region $T \gg \Delta$. También ocurre esta separación de niveles en interacciones nucleares eléctricas cuadrupolares bajo un campo cristalino
5. Un sistema está formado por dos partículas en posiciones fijas. Cada partícula posee un momento magnético de magnitud constante μ capaz de orientarse en el sentido positivo o negativo del eje z . Las dos partículas están acopladas por una interacción de intercambio, de tal manera que la energía interna del sistema es $+c$ cuando los dos momentos son paralelos y $-c$ cuando son antiparalelos. El sistema está sometido a un campo magnético H dirigido según el eje z . Supongamos como modelo de un material, un conjunto de N sistemas como el recién descrito, por unidad de volumen. Los sistemas no interactúan entre sí ni con el ambiente, pero supondremos que alcanzan un equilibrio termodinámico (es decir, sí existe una interacción con el ambiente pero es tan débil que no será considerada explícitamente). Deduzca una fórmula exacta para la magnetización $M(T, H)$ del material en equilibrio termodinámico. Aproxime para $|\mu H| \ll k_B T$.

6. Demuestre que cuando se aplica una tensión σ a un cuerpo ferromagnético ocurre que

$$\frac{1}{l} \left(\frac{\partial l}{\partial H} \right)_{\sigma} = \left(\frac{\partial M}{\partial \sigma} \right)_{H}. \quad (1)$$

7. Muestre que la relación de dispersión de magnones para una red cúbica con interacción a primeros vecinos es

$$\hbar\omega = 2JS \left[z - \sum_{\delta} \cos(\vec{k} \cdot \vec{\delta}) \right]$$

donde la suma es sobre el número z de vectores, denotados por $\vec{\delta}$, que unen el átomo central con sus primeros vecinos.

8. Usando la relación de dispersión de magnones aproximada por $\omega \approx Ak^2$, muestre que el término principal en la capacidad calórica de un ferromagneto tridimensional a baja temperatura, $k_B T \ll J$, está dado por $0,113k_B(k_B T/\hbar A)^{3/2}$, por unidad de volumen.