

Guía 4: Gas de electrones libres. Cap. 6 Kittel; Cap. 1, 2 y 3 A-M. Vie. 11 Abril 2014

1. **Estimación de la energía de Fermi.** Deduzca una expresión para la energía de Fermi en el modelo de gas electrones libres a 0 K. Luego utilice la Tabla para estimar la energía de Fermi para los metales alcalinos que allí aparecen y compárela con los resultados experimentales (¿cómo se obtiene experimentalmente el valor de la energía de Fermi?). ¿Están cercanos o no ambos valores?

	Li	Na	K	Rb	Cs
densidad, g/cm ³	0,534	0,971	0,86	1,53	1,87
peso atómico	6,939	22,99	39,102	85,47	132,905
ε_F^{exp} eV	4,72	3,12	2,14	1,82	1,59

2. **Energía cinética de un gas de electrones** Muestre que la energía cinética de un gas de N electrones libres a 0 K es

$$U_0 = \frac{3}{5} \varepsilon_F.$$

3. **Presión y módulo de bulk de un gas electrones.**

- a) Encuentre la relación entre la presión y el volumen para un gas de electrones.
(R: $p = (2/3)U_0/V$.)
- b) Muestre que el módulo de bulk $B = -V(\partial p/\partial V)$ del gas de electrones a 0 K es
 $B = 5p/3 = 10U_0/9V$.
- c) Estime el valor de B para el litio, y compárelo con el resultado experimental.
(R: $B_{calc} = 2,1 \times 10^{11}$ dina cm⁻²; $B_{exp} = 1,2 \times 10^{11}$ dina cm⁻².)

4. **Gas de electrones en dos dimensiones.**

- a) ¿Cuál es la relación entre n , la densidad de electrones, y k_F en 2-d?
- b) ¿Cuál es la relación entre k_F y r_s en 2-d? (en 3-d, r_s es el radio correspondiente a una esfera cuyo volumen es igual al volumen V sobre el número de electrones N , ver p.4 de A-M. Por supuesto, el r_s en este problema debe obtenerlo en 2-d).
- c) Determine la densidad de estados $\mathcal{D}(\varepsilon)$ para el caso 2-d. (R: $\mathcal{D}(\varepsilon) = m/\pi\hbar$.)
- d) Muestre que el potencial químico en el caso 2-d está dado por

$$\mu(T) = k_B T \ln[\exp(\pi n \hbar^2 / m k_B T) - 1]$$

5. **Energía a temperatura finita.**

- a) Demuestre que la energía U de un gas de electrones a temperatura finita se puede aproximar por

$$U = \frac{3}{5} \varepsilon_F(0) \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{k_B T}{\varepsilon_F(0)} \right)^2 \right].$$

¿Bajo que condiciones es correcta esta expresión? (ver A-M, p.47).

- b) Encuentre el valor del cociente C_v^{FD}/C_v^{cl} para un gas de electrones con energía de Fermi de 7 eV y $T = 300$ K, donde C_v se refiere al calor específico y el super índice a la estadística de Fermi-Dirac y clásica, respectivamente.
6. La energía de Fermi de la plata es 5,48 eV y su temperatura de fusión es de 1233,8 K. Utilice la aproximación de electrones libres para calcular la fracción n_{exc}/n_{tot} de electrones de la banda de conducción que están excitados en el punto de fusión. (R: $n_{exc}/n_{tot} = (3/2)kt/E_F \approx 0,03$.)
7. **Conductividad del sodio.** Deduzca una expresión para el cociente κ/σ entre las conductividades térmicas y eléctrica de un metal de electrones libres. Calcule el valor del número de Lorentz $L = \kappa/\sigma T$. Explique la discrepancia que existe entre el valor calculado y los siguientes valores medidos para el sodio a bajas temperaturas:

T, [K]	10	20	30	60
L, [W ohm/g ²]	$1,7 \times 10^{-8}$	$0,7 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^{-8}$	$1,2 \times 10^{-8}$