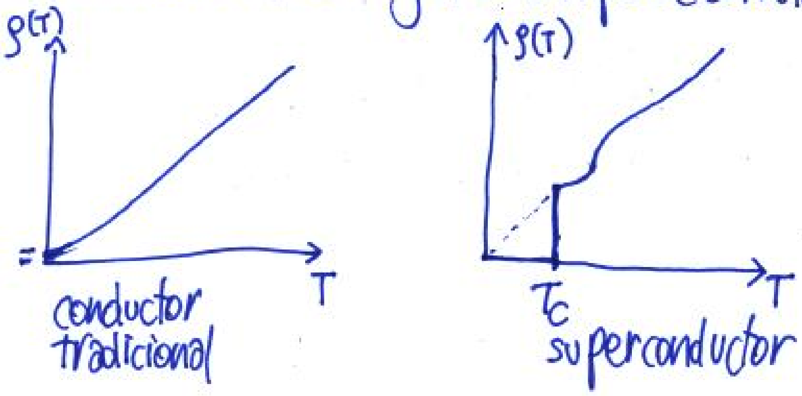
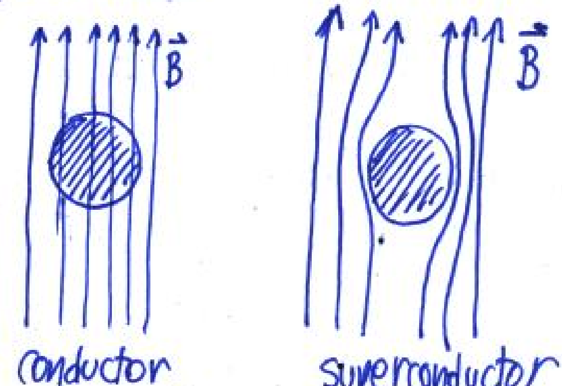
Superconductividad

* Resistividad eléctrica <u>idénticamente cero</u> a bajas temperaturas (bajo una temp. crítica T_c) para ciertos materiales
* Efecto Meissner: el material "expulsa" las líneas de campo magnético de su interior, para valores no demasiado grandes de campo (en general menores que un H_c)
* El fenómeno no puede entenderse simplemente como un conductor perfecto de tipo tradicional: su origen es un tipo de correlación electrónica



$\rho(T)=0$ para $T<T_c$

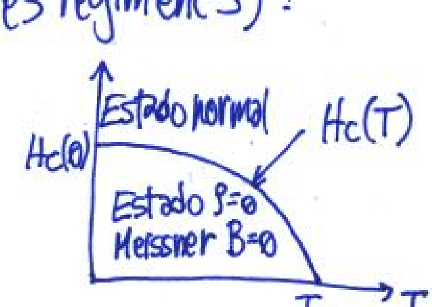


Efecto Meissner

Existen varias maneras de clasificar a los semiconductores:

1) De alta temperatura ($T_c > 77\,K$, evaporación del N líquido) o baja temperatura ($T_c <7$

2) Tipo I (un único campo crítico H_c) ó tipo II (dos campos críticos $H_c^{(1)}$ y $H_c^{(2)}$, definiend tres regímenes):



Tipo I

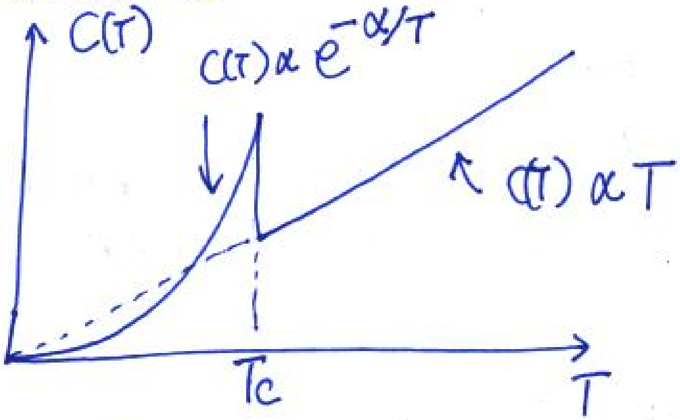
Tipo II

3) Convencionales (si son explicados por la teoría BCS) y no convencionales

En el estado superconductor no hay disipación de energía en la conducción (resistencia R) y la corriente puesta en ellos (ej. en un ciclo o espira) persiste por años (tiempo de vida estimado de unos 100.000 años!) sin un decaimiento apreciable.

En un superconductor, los electrones (o huecos, si no es un metal sino otro tipo de material con conducción de ese tipo) están apareados en los llamados pares de Cooper, que consisten en pares de electrones ligados que se comportan casi como bosones.
El fluído formado por estos pares de Cooper constituye un superfluído, y puede entonces fluir sin disipación (de manera análoga al ^4He superfluído).
Algunos materiales superconductores: Hg ($T_C = 4.2K$), Pb ($T_C = 7K$), NbN ($T_C = 16K$), $YBa_2Cu_3O_7$ ($T_C = 92K$)

Capacidad calórica:



Ecuaciones fenomenológicas: modelo de London
Suponemos un conductor perfecto donde los electrones se mueven de forma balística. Para ellos la ecuación dinámica clásica es simplemente la ecuación de Newton (y no la ley de Ohm que resulta de tomar promedio sobre muchos tiempos de viaje):

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} \quad ; \vec{E}: \text{campo eléctrico presente}$$

La densidad de corriente es $\vec{J} = -ne\vec{v}$ así que $\frac{d\vec{J}}{dt} = -ne\frac{d\vec{v}}{dt} = -ne\left(-\frac{e\vec{E}}{m}\right) = \frac{ne^2}{m}\vec{E}$

$$\boxed{\frac{d\vec{J}}{dt} = n\frac{e^2}{m}\vec{E}}$$

Ahora consideremos la ec. de Maxwell $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; reemplazando $\vec{E}$,

$$\vec{\nabla}\times\left\{\frac{m}{ne^2}\frac{\partial \vec{J}}{\partial t}\right\} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Big/ \cdot \frac{ne^2}{m}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\left\{\vec{\nabla}\times\vec{J} + \frac{ne^2}{mc}\vec{B}\right\} = 0}$$

Esta ecuación es válida para un conductor perfecto

Sin embargo, permite un campo magnético constante en el interior de un superconductor, en desacuerdo con el efecto Meissner. London y London propusieron como conjetura que el paréntesis $\vec{\nabla}\times\vec{J} + \frac{ne^2}{mc}\vec{B}$ es igual a cero (una condición más restrictiva).

Se postula entonces $\boxed{\vec{\nabla}\times\vec{J} = -\frac{ne^2}{mc}\vec{B}}$. Si usamos otra ec. de Maxwell,

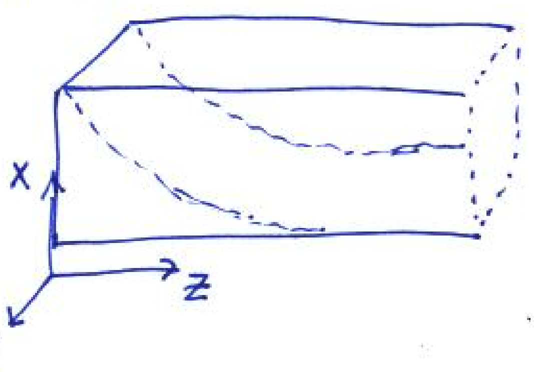
$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$$

y la identidad $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) - \vec{\nabla}^2\vec{A}$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{J} = \frac{c}{4\pi}\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) = \frac{c}{4\pi}\left\{\vec{\nabla}(\overbrace{\cancel{\vec{\nabla}\cdot\vec{B}}}^{0 \text{ en situación estacionaria}}) - \vec{\nabla}^2\vec{B}\right\} = -\frac{ne^2}{mc}\vec{B}$$

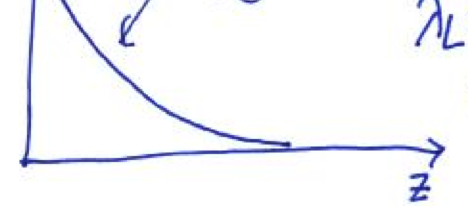
$$\Rightarrow \vec{\nabla}^2\vec{B} = 4\pi\cdot\frac{ne^2}{mc^2}\vec{B} \equiv \frac{1}{\lambda_L^2}\vec{B} \quad ; \quad \lambda_L = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi ne^2}}$$

De aquí notemos que si $\vec{B} = \vec{B}_0$ constante, sólo puede ser $\vec{B} = \vec{0}$. Más aún, si suponemos $\vec{B} \parallel \hat{x}$, $\vec{B} = B(x,y,z)\hat{x}$ pero B es sólo función de z, es decir, homogéneo en x e y:



$$\vec{B} = B(z)\hat{x} \Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \text{ y } \boxed{\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = \frac{1}{\lambda_L^2}B(z)}$$

que tiene solución $B(z) = B(0)\,e^{-z/\lambda_L}$



λ_L = longitud de penetración del campo magnético

Termodinámica de la transición de fase

— Segundo orden (no hay calor latente), $\Delta F(T_c) = 0 = F_S(T_c) - F_N(T_c)$.

$$W = -\int d\vec{B}\cdot\vec{M} \Rightarrow W_{A\to B} = -\int_0^{\vec{B}_a} d\vec{B}\cdot\vec{M} \quad ; \quad \vec{B} = \vec{B}_a + 4\pi\vec{M} = \vec{0}$$

trabajo realizado al traer el supercond. desde un $\vec{r}$ lejano con $\vec{B}=\vec{0}$ hasta una región con $\vec{B}=\vec{B}_a$

$$W = -\int_0^{\vec{B}_a} d\vec{B}\cdot\left(-\frac{\vec{B}_a}{4\pi}\right) = \frac{|\vec{B}_a|^2}{8\pi} = F_S(B_a) - F_S(0)$$

$$\boxed{F_S(B_a) = F_S(0) + \frac{B_a^2}{8\pi}}$$

En el caso de un material no magnético (ej. la otra fase del superconductor),

$$F_N(B_a) = F_N(0)$$

Para el campo crítico $B_{ac}(T)$ tenemos $\Delta F(B_{ac}) = F_S(B_{ac}) - F_N(B_{ac}) = 0$

$$\Rightarrow F_S(B_{ac}) = F_N(B_{ac}) = F_N(0) = F_S(0) + \frac{B_{ac}^2}{8\pi}$$

Y por tanto, a campo $\vec{B}=\vec{0}$, $\Delta F(\vec{B}=\vec{0}) = F_N(0) - F_S(0) = \dfrac{B_{ac}^2}{8\pi}$ (energía libre de estabilización del estado supercond.)

Termodinámica del estado superconductor (de Poole, Farach, Creswick, Prozorov: «Superconductivity»)

Energías libres $F = F(T,V,M) \to F(T,M)$

$G = G(T,P,B) \to G(T,B)$

$dU = TdS + \vec{B}\cdot d\vec{M}$; Entalpía $\tilde{H} = U - \vec{B}\cdot\vec{M} \to d\tilde{H} = TdS - \vec{M}d\vec{B}$

$G = \tilde{H} - TS = U - TS - \vec{B}\cdot\vec{M}$ y $dG = -SdT - \vec{M}\cdot d\vec{B}$

Trabajamos con la energía libre de Gibbs y su diferencia entre el estado superconductor y el estado normal,

$$\Delta G = G_s(T,B) - G_n(T,B)$$

Para esto analizamos G en función de B para $T=$ constante : $dG = -\vec{M}\cdot d\vec{B}$.

Pensemos en un superconductor tipo I, para el cual $\vec{M} = -\vec{H} = -\frac{\vec{B}}{\mu_0}$,

$$dG_s = \frac{1}{\mu_0}\vec{B}\cdot d\vec{B}$$

A $T=$constante, $G_s(T,B) = \int_{B'=0}^{B'=B} dG_s = \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 + C$; $C = G_s(T,\vec{B}=\vec{0})$

$$G_s(T,B) = \frac{1}{2\mu_0}\vec{B}^2 + G_s(T,\vec{B}=\vec{0})$$

Para el campo crítico $B_c(T)$ a la temperatura T, $G_s(T,B_c(T)) = \frac{B_c(T)^2}{2\mu_0} + G_s(T,\vec{B}=\vec{0})$

y en ese punto $G_s(T,B_c(T)) = G_n(T,B_c(T)) = G_n(T)$ (en la fase normal, G no depende de $\vec{B}$)

$\Rightarrow G_n(T) = \frac{B_c(T)^2}{2\mu_0} + G_s(T,\vec{B}=\vec{0})$ y podemos formar $\Delta G = G_s(T,B) - G_n(T)$ como

$\Delta G = \frac{B^2}{2\mu_0} + \cancel{G_s(T,\vec{B}=\vec{0})} - \frac{B_c(T)^2}{2\mu_0} - \cancel{G_s(T,\vec{B}=\vec{0})} = \frac{1}{2\mu_0}\left(B^2 - B_c(T)^2\right)$; y si no hay campo aplicado,

$\Delta G\big|_{B=0} = -\frac{1}{2\mu_0}B_c(T)^2$ luego $\Delta G\big|_{B=0}$ sólo depende de B_c.

La diferencia de entropía $\Delta S = S_s(T,B) - S_n(T,B)$ está dada por

$$\Delta S = -\frac{\partial}{\partial T}\left[G_s(T,B) - G_n(T,B)\right] + \cancel{\frac{\partial G_n}{\partial T}}$$

$$= \frac{-\partial}{\partial T}\left[-\frac{1}{2\mu_0}\left(B_c(T)^2 - B^2\right)\right] = \frac{1}{\cancel{2}\mu_0} \cdot \cancel{2}B_c(T)\frac{dB_c}{dT} + \cancel{\frac{\partial G_n}{\partial T}}$$

$$\boxed{\Delta S = \frac{1}{\mu_0} B_c(T) \frac{dB_c(T)}{dT}} \; ; \text{ indep. de } B$$

Usando $C\,dT = T\,dS \Rightarrow C = T\frac{dS}{dT}$,

$$C_s(T) = T\frac{dS_s(T)}{dT} = \underbrace{T\frac{dS_n(T)}{dT}}_{C_n(T)} + \frac{T}{\mu_0}\frac{d}{dT}\left\{B_c(T)\frac{dB_c}{dT}\right\}$$

$$C_s(T) = C_n(T) + \frac{T}{\mu_0}\left\{\left(\frac{dB_c}{dT}\right)^2 + B_c(T)\frac{d^2B_c}{dT^2}\right\}.$$ A $\vec{B} = \vec{0}$ y $T = T_c$,

$$C_s(T_c) = C_n(T_c) + \frac{T_c}{\mu_0}\left\{\left(\frac{dB_c}{dT}\right)^2\bigg|_{T=T_c} + \cancel{B_c(T_c)}^{\,0}\left(\frac{d^2B_c}{dT^2}\right)\bigg|_{T=T_c}\right\}$$

$$\boxed{C_s(T_c) = C_n(T_c) + \frac{T_c}{\mu_0}\left(\frac{dB_c}{dT}\right)^2\bigg|_{T=T_c}}.$$ Fórmula de Rutger.

En ausencia de campo externo la transición es de segundo orden, porque

$$\Delta S\Big|_{B=0,\,T=T_c} = \frac{1}{\mu_0}\cancel{B_c(T_c)}^{\,0}\left(\frac{dB_c}{dT}\right)\bigg|_{T=T_c} = 0$$

sin embargo, para $\vec{B} \neq \vec{0}$ sí hay una diferencia de entropía y por tanto un calor latente (transición es de primer orden).