A1 a) mgh

b) $-mgh$

c) mgh

A2 En el choque se conserva el momento lineal, no la energía mecanica

$$mv = m\frac{v}{2} + MV_M \longrightarrow \frac{m}{2M}v = V_M \quad (1)$$

En el movimiento del pendulo posterior al choque se conserva la energía mecánica.

$$\frac{1}{2}\cancel{M}V_M^2 = \cancel{M}g(2\ell) + \frac{1}{2}\cancel{M}V_F^2$$

, V_F es la velocidad cuando esta en la parte superior de la trayectoria.

Basta $V_F=0$, pues M se sostiene con la varilla rigida. Entonces

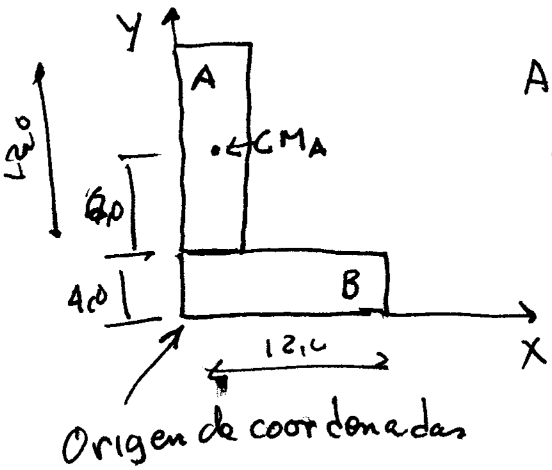
$$\frac{V_M^2}{2} = 2g\ell \longrightarrow V_M = 2\sqrt{g\ell}$$

Usando (1) $\frac{m}{2M}v = 2\sqrt{g\ell}$

$$\boxed{v = 4\frac{M}{m}\sqrt{g\ell}}$$

b) Si la masa M tiene dimensiones apreciables, entonces tiene momento de inercia respecto al centro de masa y hay que considerar la energia de rotación. La

A3 Dividamos la escuadra en 2 partes rectangulares



A es un rectangulo de lados $4{,}0\,cm \times 12{,}0\,cm$.

Su CM esta en $2{,}0\,\hat{i} + 10{,}0\,\hat{j}$ cm.

B es un rectangulo de lados $12{,}0\,cm \times 4{,}0\,cm$

Su CM esta en $(6{,}0\,\hat{i} + 2{,}0\,\hat{j})$ cm

Las masas son proporcionales al area.

$m_A = \sigma \times 48\ cm^2$

$m_B = \sigma \times 48\ cm^2$

$m_A + m_B = \sigma \times (48 + 48)\ cm^2 = 96\ \cancel{+0\,4}\ cm^2 = 2m_A = 2m_B$

$$X_{CM} = \frac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B} = \frac{48 \times 2 + 48 \times 6}{\cancel{104}\ 96} = 4{,}0\ cm$$

$$Y_{CM} = \frac{m_A Y_A + m_B Y_B}{m_A + m_B} = \frac{48 \times 10 + 48 \times 2}{\cancel{104}\ 96} = 6{,}0\ cm$$

R | (4,0 cm , 6,0 cm)

B 1. $v(t) = \int_0^t (a_0 + a_1 t')\,dt' = a_0 t + \frac{a_1}{2} t^2$

$$x(t) = \int_0^t v(t')\,dt' = \int_0^t \left(a_0 t' + \frac{a_1 t'^2}{2}\right) dt' = \frac{a_0 t^2}{2} + \frac{a_1 t^3}{6}$$

a) La distancia recorrida es $\frac{a_0 \tau^2}{2} + \frac{a_1 \tau^3}{6}$

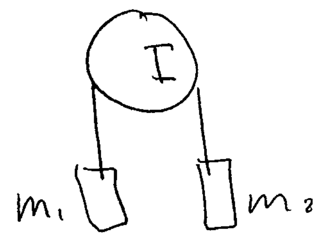
b) $W = \Delta K = \frac{1}{2} m v(\tau)^2 = \frac{1}{2} m \left(a_0 \tau + \frac{a_1 \tau^2}{2}\right)^2$

c) $P = F v = m a(\tau) v(\tau) = m (a_0 + a_1 \tau)\left(a_0 \tau + \frac{a_1}{2} \tau^2\right).$

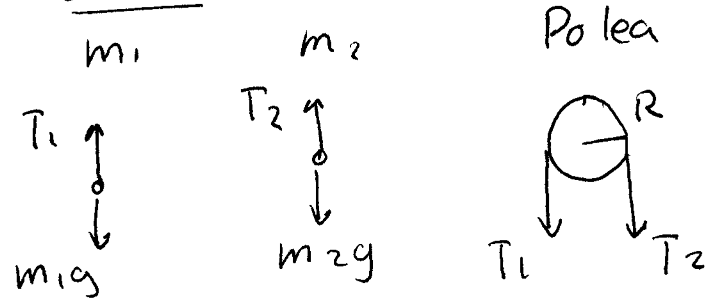
B2.

B.2)

a)



DCL



Ecuaciones dinámicas

$$(1) \quad T_1 - m_1 g = m_1 a \qquad (\vec{a}_1 = a\hat{j}\text{, con } \hat{j} \text{ hacia arriba})$$

$$(2) \quad T_2 - m_2 g = m_2(-a) \quad (\vec{a}_2 = -a\hat{j})$$

$$(3) \quad (T_2 - T_1) R = I \frac{a}{R} \qquad (\alpha = a/R)$$

Div (3)/R: $\quad T_2 - T_1 = \frac{I a}{R^2} \quad (4)$

Sumando (4) con (1)

$$T_2 - m_1 g = \left(\frac{I}{R^2} + m_1\right) a$$

$$(2)\times(-1) \quad -T_2 + m_2 g = m_2 a$$

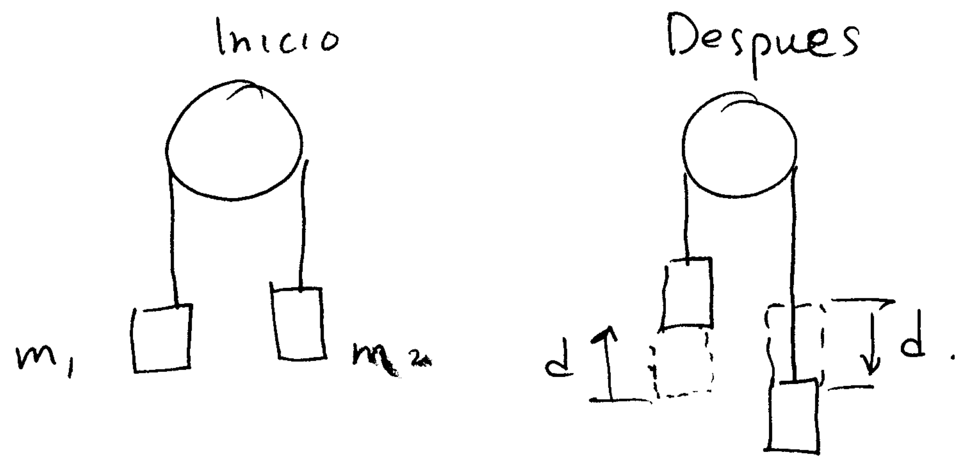
Sumando: $\quad (m_2 - m_1) g = (m_1 + m_2 + I/R^2)\, a$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + I/R^2}\, g$$

Si la polea es un disco: $\quad I = \frac{1}{2} M R^2$

$$a = \left[\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + M/2}\right] g.$$

b)



Si no hay friccion, se conserva la energía mecanica

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = -\Delta U = -[m_1 g d + m_2 g(-d)]$$

$$= (m_2 - m_1) g d.$$

$K_i = 0$ (Reposo).

$$\boxed{K = \Delta K = (m_2 - m_1) g d.}$$

B2. a) Sol. alternativa.

Se usa la conservacion de la energia mecanica (despreciando friccion en el eje de la polea).

$$U = m_1 g y_1 + m_2 g y_2$$

$$K = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega^2.$$

$$v_1^2 = v_2^2 , \quad \omega = \frac{v_1}{R}$$

$$K = \frac{1}{2} \underbrace{\left[(m_1 + m_2) + \frac{I}{R^2} \right]}_{\text{llamemosle } \mu} v_1^2 = \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

Si $m_2 > m_1$, m_2 baja y m_1 sube, $\Delta y_2 = -\Delta y_1 = -S$.

$$U_i = U_f$$

$$m_1 g y_{1i} + m_2 g y_{2i} = m_1 g y_{1f} + m_2 g y_{2f} + \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

$$m_1 g (y_{1i} - y_{1f}) + m_2 g (y_{2i} - y_{2f}) = \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

$$- m_1 g \Delta y_1 - m_2 g \Delta y_2 = \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

$$g(m_2 - m_1) S = \frac{1}{2} \mu v_1^2$$

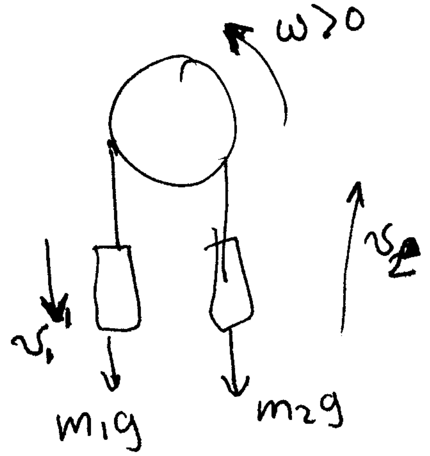
$$v_1^2 = \boxed{\frac{2 g (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2 + I/R^2}} \, S$$

Cinematica

$$\boxed{2 a S = v_f^2 - v_i^2}$$

$\longrightarrow$ a (aceleración).

B7. Alternativa 2.



Torque externo respecto al eje de la polea $\Big\}$ $\tau = m_1 g R - m_2 g R$

Momento angular: $\cancel{L = I\omega + m_2 v R}$

$$L = I\omega + m_2 v_2 R + m_1 v_1 R$$

$$\left.\begin{array}{l} v_2 = \omega R \\ v_1 = +\omega R \end{array}\right\} \longrightarrow \quad = I\omega + m_2 R^2 \omega + m_1 R^2 \omega$$

$$= (I + m_2 R^2 + m_1 R^2)\,\omega .$$

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \left[I + (m_1 + m_2) R^2\right] \alpha$$

$$a = \alpha \cdot R = \frac{\tau R}{I + (m_1 - m_2) R^2} = \frac{g(m_1 - m_2) R^2}{I + (m_1 + m_2) R^2}$$

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2 + I/R^2}$$

$m_1 < m_2$ indica $a > 0$, y esto significa que es contrario al sentido supuesto en la Figura.

B3. Modelamos la pieza como un circulo completo de radio R y un circulo de radio $\frac{R}{2}$ y masa negativa $-\sigma\cdot\pi(R/2)^2$

Pongamos origen en C y eje x en la línea $\overline{CC'}$.

$$m_1 = \sigma\pi R^2 \quad , \quad x_1 = 0.$$

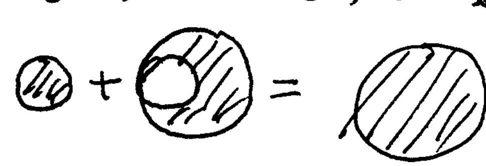
$$m_2 = -\sigma\pi(R/2)^2 \qquad x_2 = -R/2$$

$$m' = m_1 + m_2 = \sigma\pi R^2\left(1-\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}\sigma\pi R^2$$

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1+m_2} = \frac{0 + \left(-\frac{\sigma\pi R^2}{4}\right)\cdot(-R/2)}{\frac{3}{4}\sigma\pi R^2} = \frac{1}{6}R.$$

Razonamiento alternativo.

m' y $|m_2|$ componen un círculo sin hueco, con CM en O.



$$0 = m'\cdot x' + |m_2|\left(-\frac{R}{2}\right)$$

$$x' = -\frac{|m_2|(-R/2)}{m'} = \frac{R}{2}\cdot\frac{\sigma\pi R^2/4}{\frac{3}{4}\sigma\pi R^2} = \frac{R}{6}$$