

Mecánica I, 2009

Guía 5: Trabajo y Energía

Jueves 7 Mayo

Tarea: Problemas 4, 8, 21 y 26, Cap.5 de los Apuntes.

Entrega: Lunes 25 de Mayo.

Trabajo efectuado por una fuerza constante

1. Un bloque de 2.5 kg de masa es empujado 2.2 m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16 N dirigida a 25° debajo de la horizontal. Encuentre el trabajo efectuado por: a) la fuerza aplicada; b) la fuerza normal ejercida por la mesa; c) la fuerza de la gravedad, y d) la fuerza neta sobre el bloque.
R: a) 31.9 J ; b) 0 J; c) 0 J; d) 31.9 J
2. Una gota de agua ($m = 3.35 \times 10^{-5}$ kg) cae verticalmente a rapidez constante bajo la influencia de la gravedad y la resistencia del aire. Después de que la gota ha caído 100 m, ¿cuál es el trabajo hecho por: a) la gravedad?; b) ¿la resistencia del aire?
R: a) 32.8 mJ; b) -32.8 mJ
3. Batman, cuya masa es de 80 kg, se sostiene del extremo libre de una cuerda de 12 m, el otro extremo está fijo a la rama de un árbol. El es capaz de poner la cuerda en movimiento solo como el sabe hacerlo. Se columpia lo suficiente como para alcanzar un apoyo cuando la cuerda forma un ángulo de 60° con la vertical. ¿Cuánto trabajo fue hecho contra la fuerza de gravedad en esta maniobra?
R: 4.7 kJ
4. Una carretilla cargada con ladrillos tiene una masa total de 18 kg y se tira con velocidad constante por medio de una cuerda. La cuerda está inclinada a 20° sobre la horizontal, y la carretilla se mueve 20 m sobre una superficie horizontal. El coeficiente de fricción cinético entre el suelo y la carretilla es 0.5. a) ¿Cuál es la tensión en la cuerda?; b) ¿cuánto trabajo efectúa la cuerda sobre la carretilla?; c) ¿cuál es la energía perdida debido a la fricción?
R: a) 79.4 N; b) 1.49 kJ; c) -1.49 kJ
5. Una fuerza $\mathbf{F} = (6\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ N actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento $\mathbf{s} = (3\mathbf{i} + \mathbf{j})$ m. Encuentre: a) el trabajo realizado por la fuerza sobre la partícula, y b) el ángulo entre $\mathbf{F}$ y $\mathbf{s}$.
R: a) 16 J; b) 36.9°
6. Una fuerza $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$ N actúa sobre una partícula. El ángulo entre $\mathbf{F}$ y el vector desplazamiento $\mathbf{s}$ es 32° , y $\mathbf{F}$ efectúa 100 J de trabajo. Determine $\mathbf{s}$.
R: $\mathbf{s} = 2\mathbf{i} + 23.5\mathbf{j}$ ó $22\mathbf{i} + 8.5\mathbf{j}$

Trabajo hecho por una fuerza variable

7. Una partícula es sujeta a una fuerza $\mathbf{F}_x$ que varía en la posición como en la figura 1. Encuentre el trabajo hecho por la fuerza sobre el cuerpo si este se mueve: (a) de $x = 0$ a $x = 5$ m, (b) de $x = 5$ m a $x = 10$ m, y (c) de $x = 10$ m a $x = 15$ m. (d) ¿Cuál es el trabajo total hecho por la fuerza a lo largo de una distancia $x = 0$ m a $x = 15$ m? R: a) 7.5 J ; b) 15 J ; c) 7.5 J ; d) 30 J

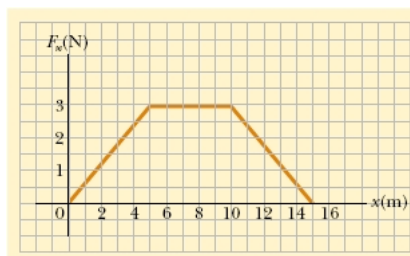


Figura 1:

8. Un vagón de carga de 6000 kg rueda a lo largo de rieles con una fricción despreciable. El vagón se lleva al reposo por medio de una combinación de dos resortes espirales, como se ilustra en la figura 2. Ambos resortes obedecen la ley de Hooke, con $k_1 = 1600$ N/m y $k_2 = 3400$ N/m. Después de que el primer resorte se comprime una distancia de 30 cm, el segundo resorte (que actúa con el primero) aumenta la fuerza de modo que hay una compresión adicional, como se indica en la gráfica. Si el vagón se lleva al reposo 50 cm mas allá del primer contacto con el sistema de dos resortes, encuentre la velocidad inicial del vagón. R: 0.299 m/s

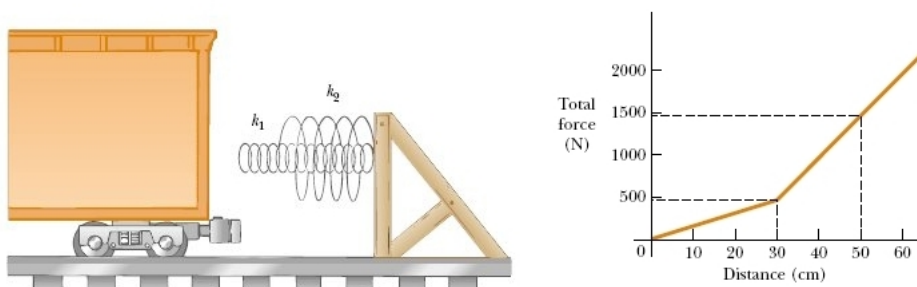


Figura 2:

9. Si se necesitan 4 J de trabajo para alargar 10 cm un resorte que cumple la ley de Hooke a partir de su longitud no deformada, determine el trabajo extra necesario para extenderlo 10 cm adicionales. R: 12 J
10. Una pequeña masa m se tira hasta la parte superior de un medio cilindro (de radio R) por una cuerda que pasa sobre esa misma parte, como se ilustra en la figura 3. a) Si la masa se mueve a una velocidad constante, demuestre que $\mathbf{F} = mg \cos \theta$. (*Sugerencia:* Si la masa se mueve a velocidad constante, la componente de su aceleración tangente al cilindro debe ser cero todo el tiempo.) b) Por integración directa de $W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$, determine el trabajo realizado al mover la masa a velocidad constante desde la base hasta la parte superior del medio cilindro. R: b) mgR

Energía cinética y el teorema del trabajo y la energía

11. Una partícula de 0.6 kg tiene una velocidad de 2 m/s en el punto A y una energía cinética de 7.5 J en B. ¿Cuál es a) su energía cinética en A? b) ¿su velocidad en B? c) ¿el trabajo total realizado sobre la partícula cuando se mueve de A a B? R: a) 1.2 J; b) 5 m/s; c) 6.3 J

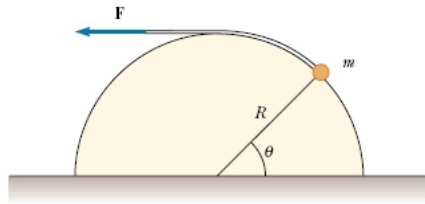


Figura 3:

12. Un mecánico empuja un auto de 2500 kg desde el reposo hasta una velocidad v , efectuando 500 J de trabajo en el proceso. Durante este tiempo, el auto se mueve 25 m. Ignore la fricción entre el auto y el camino, y encuentre : a) ¿cuál es la velocidad final, v , del auto? b) ¿cuál es el valor de la fuerza horizontal ejercida sobre el auto?
R: a) 2 m/s; b) 200 N
13. Una caja de 10 kg de masa se tira hacia arriba de una pendiente rugosa con una rapidez inicial de 1.5 m/s. La fuerza con que se tira es de 100 N paralela a la pendiente, la cual forma un ángulo de 20° con la horizontal. El coeficiente de fricción cinética es 0.4, y la caja se tira 5 m. a) ¿cuánto trabajo efectúa la gravedad? b) ¿cuánta energía se pierde por la fricción? c) ¿cuánto trabajo realiza la fuerza de 100 N? d) ¿cuál es el cambio en la energía cinética de la caja? e) ¿cuál es la rapidez de la caja después de haberla tirado 5 m?
R: a) -168 J ; b) -184 J ; c) 500 J ; d) 148 J ; e) 5.64 m/s
14. Un bloque de 2 kg está unido a un resorte con 500 N/m de constante de fuerza. El bloque se desplaza 5 cm a la derecha del equilibrio y se suelta desde el reposo. Encuentre la rapidez del bloque cuando pasa por el equilibrio si a) la superficie horizontal es sin fricción, y b) el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.35.
R: a) 0.791 m/s; b) 0.531 m/s

Potencia

15. Un marino de 700 N en un entrenamiento básico sube por una cuerda vertical de 10 m con rapidez constante de 8 m/s. ¿Cuál es su potencia de salida?
R: 875 W
16. Cierta motor de automóvil suministra 2.24×10^{-4} W a sus ruedas cuando se mueve con rapidez constante de 27 m/s. ¿Cuál es la fuerza resistiva que actúa sobre el automóvil a esa rapidez?
R: 830 N
17. Un elevador de 650 kg empieza a moverse desde el reposo. Si se desplaza hacia arriba durante 3 s con aceleración constante hasta que alcanza una rapidez de crucero de 1.75 m/s, a) ¿cuál es la potencia promedio del motor del elevador durante este periodo? b) ¿cómo se compara esta potencia con la ejercida mientras se mueve a su rapidez de crucero?
R: a) 5910 W; b) 53 % de 11 100 W

Conservación de la energía mecánica

18. Una cuenta se desliza sin fricción dando un giro completo (figura 4). Si la cuenta se desliza desde una altura $h = 3.5 \cdot R$, determine:
a) La rapidez en el punto A.

b) La magnitud de la fuerza normal sobre la cuenta si su masa es de 5 grs.

R: a) $v = \sqrt{3 \cdot g \cdot R}$; b) 0.098 N.

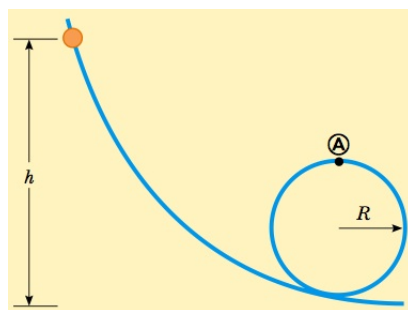


Figura 4:

19. El aparato de circo conocido como trapezio consiste de una barra suspendida por dos cuerdas paralelas, cada una de longitud l . El trapezio permite al actor circense balancearse en un arco circular vertical. Suponga que una trapecista con masa m sostenida de la barra, baja de una plataforma elevada, partiendo del reposo con un ángulo inicial θ_i con respecto a la vertical (figura 5). Suponga que; la talla de la trapecista es pequeña comparada con la longitud l , que ella no empuja el trapezio para balancearse más alto, y que la resistencia del aire es despreciable.

- a) Muestre que cuando las cuerdas forman un ángulo θ con respecto a la vertical, la trapecista debe ejercer una fuerza

$$F = m \cdot g \cdot (3 \cdot \cos(\theta) - 2 \cdot \cos(\theta_i))$$

para colgarse.

- b) Determine el ángulo θ_i en el cuál la fuerza requerida para colgarse en el fondo del balanceo es el doble del peso de la trapecista.

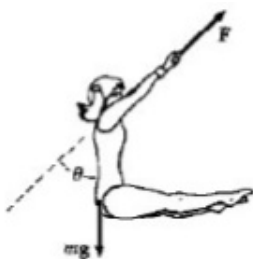


Figura 5:

R: $\theta_i = 60^\circ$

20. Una sola fuerza conservativa $F_x = (2 \cdot x + 4)$ N actúa sobre una partícula de 5 kg de masa, donde x está en metros, describa esta fuerza. Cuando la partícula se mueve a lo largo del eje x desde $x = 1$ m hasta $x = 5$ m, calcule:

- a) El trabajo efectuado por esta fuerza.
b) El cambio en la energía potencial del sistema.
c) La energía cinética de la partícula en $x = 5$ m, si su rapidez en $x = 1$ m es 3 m/s.

R: a) 40 J ; b) -40 J ; c) 62.5 J.

21. Una partícula de masa $m = 5\text{Kg}$ se suelta desde el punto (A) y se desliza sobre la pista sin fricción que se muestra en la figura 6. Determine:

- La rapidez de la partícula en los puntos (B) y (C) .
- El trabajo neto realizado por la fuerza de gravedad al mover la partícula de (A) a (C).

R: a) 5.94 m/s ; b) 147 J.

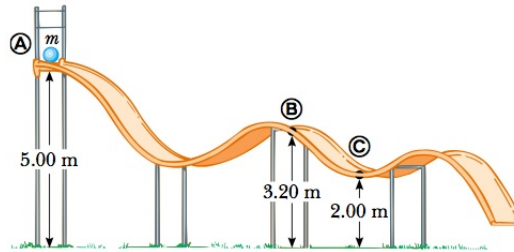


Figura 6:

22. Una bala de cañón de 2 Kg se dispara desde un cañón con una rapidez de 1000 m/s, formando un ángulo de 37° con la horizontal. Una segunda bala se dispara con un ángulo de 90° . Utilice la ley de conservación de energía para encontrar, para cada bala:

- La altura máxima alcanzada.
- La energía mecánica total en la altura máxima.

(Considere $y = 0$ en el cañón.)

R: a) 18.5 km , 51 km respectivamente ; b) 1×10^6 J para ambas.

Trabajo realizado por fuerzas no conservativas

23. El coeficiente de fricción entre el bloque de 3 kg y la superficie de la figura 6 es $\mu = 0.4$. El sistema parte del reposo. ¿Cuál es la rapidez de la bola cuando ha caído 1.5 m?.

R: 3.74 m/s.

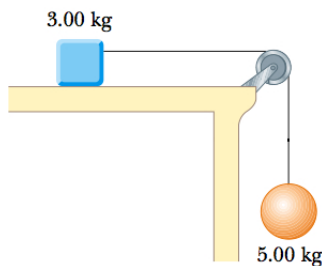


Figura 7:

24. Un carro de 2000 kg parte del reposo y rueda hacia abajo desde la parte alta de un camino de acceso de 5 m de largo que tiene una pendiente de 20° con la horizontal. Si una fuerza de fricción promedio de 4000 N impide el movimiento del carro, encuentre la rapidez del mismo en la parte inferior del camino de acceso.

R: 3.7 m/s.

25. Un bloque de 5 kg se pone en movimiento ascendente en un plano inclinado con rapidez inicial de 8 m/s (figura 8). El bloque se detiene después de recorrer 3 m a lo largo del plano, el cuál está inclinado en un ángulo de 30° con la horizontal. Determine para este movimiento:
- El cambio en la energía cinética del bloque.
 - El cambio en su energía potencial.
 - La fuerza de fricción ejercida sobre él (supuesta constante).
 - El coeficiente de fricción cinética.

R: a) -160 J ; b) 73.5 J ; c) 28.8 N ; d) 0.679 .

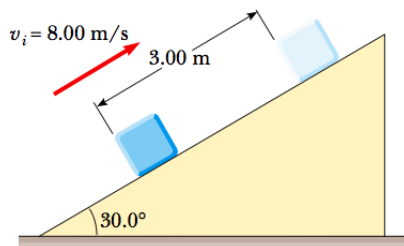


Figura 8:

26. Un cañón de juguete emplea un resorte para proyectar una pelota de hule suave de 5.3 g. El resorte originalmente está comprimido 5 cm y tiene una constante de 8 N/m. Cuando se dispara, la pelota se mueve 15 cm a lo largo de cañón del juguete, y existe una fuerza de fricción constante de 0.032 N entre el cañón y la pelota.
- ¿A qué rapidez el proyectil deja el cañón de juguete?.
 - ¿En qué altura la pelota tiene su máxima rapidez?.
 - ¿Cuál es su rapidez máxima?.

R: a) 1.4 m/s ; b) 4.6 cm ; c) 1.79 m/s.

Miscelaneos

27. Un bloque se desliza hacia abajo por una pista curva sin fricción y después sube por un plano inclinado, como se puede ver en la figura 9. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pendiente es μ_k . Con métodos de conservación de energía demuestre que la altura máxima alcanzada por el bloque es

$$y_{max} = \frac{h}{1 + \mu_k \cdot \cot(\theta)}$$

28. Una partícula de 200 g se suelta desde el reposo en el punto A a lo largo del diámetro horizontal en el interior de un tazón hemisférico sin fricción de radio $R = 30\text{cm}$ (figura 11). Calcule :
- La energía potencial gravitacional cuando la partícula está en el punto A en relación con el punto B.
 - La energía cinética de la partícula en el punto B.
 - La rapidez en el punto B.
 - Sus energías cinética y potencial en el punto C.
- R: a) 0.588 J ; b) 0.588 J ; c) 2.42 m/s ; d) 0.196 J, 0.392 J respectivamente.

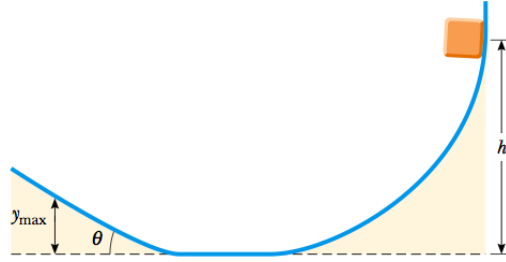


Figura 9:

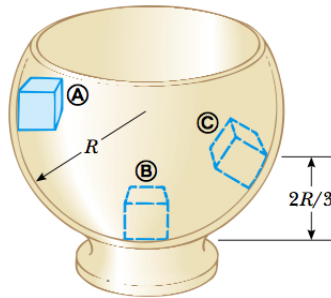


Figura 10:

29. En la figura 11 se ve un bloque de 10 kg que se suelta desde el punto A. La pista no ofrece fricción excepto en la parte entre B y C, que tiene una longitud de 6 m. El bloque se mueve hacia abajo por la pista, golpea un resorte de constante de fuerza $k = 2250 \text{ N/m}$ y lo comprime 0.3 m desde su posición de equilibrio antes de quedar momentáneamente en reposo. Determine el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la superficie rugosa entre B y C.

R: 0.327 .

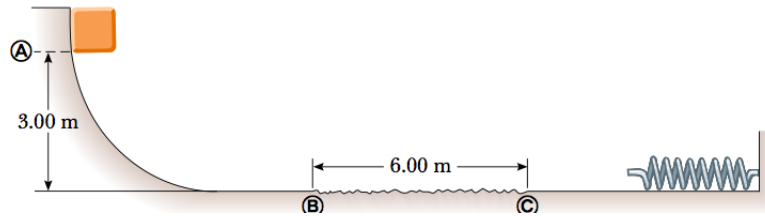


Figura 11:

30. un bloque de 2 kg situado sobre una pendiente rugosa se conecta a un resorte de 100 N/m (figura 12). El bloque se suelta desde el reposo cuando el resorte no está deformado, y la polea no presenta fricción. El bloque se mueve 20 cm hacia abajo de la pendiente antes de detenerse. Encuentre el coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pendiente.

R: 0.115.

31. Un bloque de 0.5 kg de masa se empuja contra un resorte horizontal de masa despreciable, y lo comprime una distancia Δx (figura 13). La constante del resorte es 450 N/m. Cuando se suelta, el bloque se desplaza por una superficie horizontal sin fricción hasta el punto B, el fondo de una pista circular vertical de radio $R = 1 \text{ m}$ y continua moviéndose hacia arriba sobre la pista. La rapidez del bloque en el fondo de la pista es $v_B = 12 \text{ m/s}$, y el bloque experimenta una fuerza de fricción promedio de 7 N, mientras se encuentra ascendiendo por la pista.

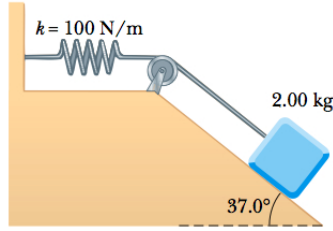


Figura 12:

- ¿Cuál es el valor de Δx ?.
 - ¿Cuál es la rapidez del bloque en la parte superior de la pista?.
 - ¿El bloque alcanza la parte superior de la pista, o cae antes de llegar a ella?.
- R: a) 0.4 m ; b) 410 m/s ; c) el bloque sube por la pista (vea su aceleración).

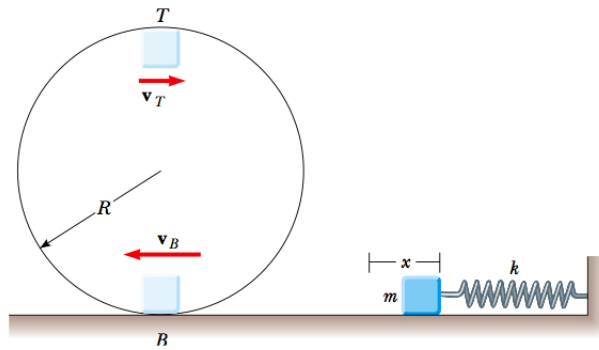


Figura 13:

32. Un péndulo integrado por una cuerda de longitud L y una esfera oscila en un plano vertical. La cuerda golpea una clavija localizada a una distancia d debajo del punto de suspensión (figura 14). Demuestre:

- Que si la esfera se suelta desde una altura debajo de la clavija regresará a dicha altura después de golpearla.
- Que si el péndulo se suelta desde la posición horizontal ($\theta = 90^\circ$) y oscila en un círculo completo centrado en la clavija, entonces el valor mínimo de d debe ser $3 \cdot L/5$.

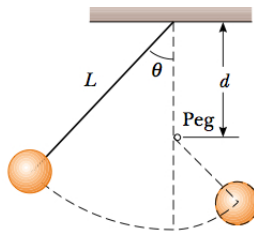


Figura 14: