Departamento de Física—Facultad de Ciencias—U. de Chile
Primer Semestre 2010

Profesor: M. I. Molina **Ayudante**: F. González

Fisica contemporánea: Guía para la prueba #1

1. Quince particulas idénticas tienen diversas velocidades: una tiene una velocidad de 2.0 m/s, dos tienen velocidades de 3.0 m/s; tres tienen velocidades de 5.0 m/s; cuatro tienen velocidades de 7.0 m/s; tres tienen velocidades de 9.0 m/s y dos tienen velocidades de 12.0 m/s. Encuentre la velocidad promedio $< V >$, la velocidad cuadrática media $\sqrt{< V^2 >}$, y la velocidad más probable de estas partículas.

2. Para un gas ideal:
a) Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías.
b) Calcular la fracción de moléculas de un gas que tienen un valor de v_x^2 mayor que la velocidad cuadrática media $\langle v_x^2 \rangle$. Demuestre que esta fracción es independiente de la temperatura de los gases.

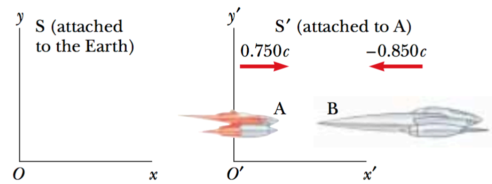
3. Considere un gas ideal de moléculas de N_2 (Nitrogeno), sobre la superficie de la Tierra, y a temperatura ambiente. A esta temperatura, que fracción de las moléculas posee energía suficiente para escapar de la gravedad terrestre ?

4. Calcule la altura promedio a que se halla una molécula de oxígeno O_2 en la atmósfera terrestre, suponiendo una temperatura de 10^oC.

5. Considere las partículas dentro de una centrífuga de gases, un aparato usado para separar partículas de masa diferente, haciéndolas girar en una trayectoria circular de radio r a una velocidad angular ω. La fuerza sobre una partícula dada actúa hacia el centro de la órbita circular, y tiene una magnitud de $m\omega^2 r$. Demuestre que la densidad radial de partículas obedece
$$n(r) = n(0)\ \exp(m\omega^2 r^2/2K_B T)$$

6. Considere un oscilador armónico simple de frecuencia ω y amplitud máxima x_0.
(a) Halle la función densidad de probabilidad para el oscilador, es decir, la probabilidad de que el oscilador sea hallado en el intervalo entre x y $x + dx$, como función de x.
(b) Grafiquela en todo el rango permitido, y muestre que está normalizada a uno.
(c) Evalúe $< x >$, $\sqrt{< x^2 >}$ y la posición más probable.
(d) Cuál es la probabilidad de hallar el oscilador entre $x = 0$ y $x = x_0/2$? Compárela con la probabilidad de hallarlo entre $x = x_0/2$ y $x = x_0$. Cuál es mayor?

7. Dos naves espaciales A y B se mueven en direcciones opuestas, como lo muestra la figura. Un observador en la Tierra mide que la velocidad de la nave A es de $0.750c$, y que la velocidad de la nave B es de $0.850c$. Encuentre la velocidad de la nave B, medida desde la nave A.



8. Un objeto se desintegra en dos fragmentos. Uno de los fragmentos tiene una masa de $1.0MeV/c^2$ y un momentum de $1.75MeV/c$ en la dirección x positivo. El otro fragmento tiene una masa $1.5MeV/c^2$ y un momentum de $2.0Mev/c$ en la direccion y positivo. Hallar (a) La masa (b) la velocidad del objeto original.

9. Imagine que todo el Sol colapsara a una esfera de radio R_g, de modo que el trabajo requerido para remover una pequena masa m desde la superficie sea igual a su energía en reposo, mc^2. este radio se llama el “radio gravitatorio” del Sol. Encuentre R_g.

10. Una partícula de masa m moviéndose a lo largo del eje x con velocidad $+u$ colisiona frontalmente y queda adherida a una partículs de masa $m/3$ moviendose a lo largo del eje x con velocidad $-u$. Cuál es la masa de la partícula resultante?

11. Un rayo gama (onda electromagnética de alta frecuencia) se comporta en colisiones como una partícula de masa en reposo cero. Un rayo gama puede chocar contra un electrón y desaparecer, y su energía usada para crear un electrón y un positrón, cada uno de masa m_e. Demuestre que si el electrón original está en reposo, este proceso requiere que el rayo gama posea una energía de al menos $4m_ec^2$.

12. Una partícula de carga eléctrica q se mueve con velocidad u a lo largo del eje $x$cen presencia de un campo eléctrico uniforme E, también dirigido a lo largo de x.
(a) Demuestre ue la aceleración de la partícula está dada por
$$a = \frac{du}{dt} = \frac{qE}{m}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}$$
(b) Encuentre la velocidad de la partícula para todo instante t, y muestre que es siempre menor a la velocidad de la luz.
(c) Encuentre la posición de la partícula para todo instante t, suponiendo que parte del reposo en $t = 0$.

13. Utilice la fórmula de Planck para mostrar que la intensidad total (energía por unidad de área por unidad de tiempo) de la radiación emitida por un cuerpo negro es proporcional a T^4 (la llamada Ley de Stefan-Boltzmann), y encuentre la constante de proporcionalidad.

14. La Tierra recibe energía del sol a razón de 0.135 W/cm^2. Suponiendo que el sol radía como cuerpo negro, calcule su temperatura superficial de acuerdo a los resultados del problema anterior (Ley de Stefan-Boltzmann). Información útil: El diámetro angular del sol visto desde la Tierra es de 0.53^o.

15. Si uno grafica la intensidad de la radiación solar en función de la longitud de onda–o sea, si se grafica $I(\lambda)$ tal que $I(\lambda)d\lambda$ es la intensidad total de la radiación cuya longitud de onda cae entre λ y $\lambda + d\lambda$-la máxima intensidad cae en $\lambda_{max} = 5000\mathring{A}$. Si uno repite el procedimiento, pero esta vez usando la intensidad de la radiación solar en función de la frecuencia, $I(\nu)$, se encuentra que la frecuencia que maximiza $I(\nu)$ cae en cierto ν_{max}. Compare λ_{max} y ν_{max}. Se refieren al mismo tipo de luz? Comente.

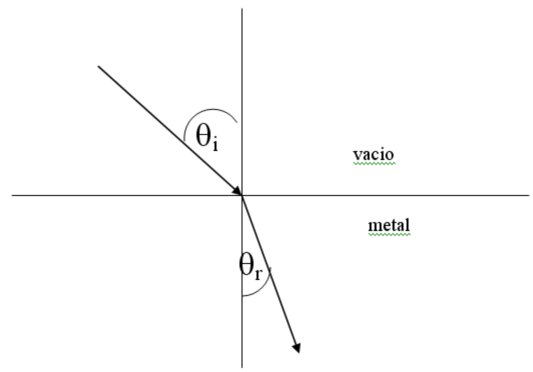
16. Si un metal ejecta electrones solo cuando la longitud de onda de la luz incidente es menor o igual a $4000\mathring{A}$. Qué longitud de onda seria requerida para ejectar electrones con energa cinética de 2 eV de este metal?

17. El muón negativo tiene una carga igual a la carga del electrón y una masa igual a 207 masas electrónicas. Si un muón reemplaza a un electrón en un átomo de H, se forma hidrógeno muónico. Calcule la masa reducida, los niveles de energía y los radios de las órbitas para el hidrógeno muónico.

18. Si uno hace pasar un haz de luz blanca a través de un gas de átomos de H, se absorberán frecuencias discretas correspondientes a las energas necesarias para excitar los átomos a sus varios estados excitados. A temperatura ambiente uno solamente ve la serie de Lyman de este espectro de absorción. Explique por qué las otras series están ausentes, y determine la temperatura a la cual el uno por ciento de los átomos sería capaz de absorber las frecuencias de la serie de Balmer.

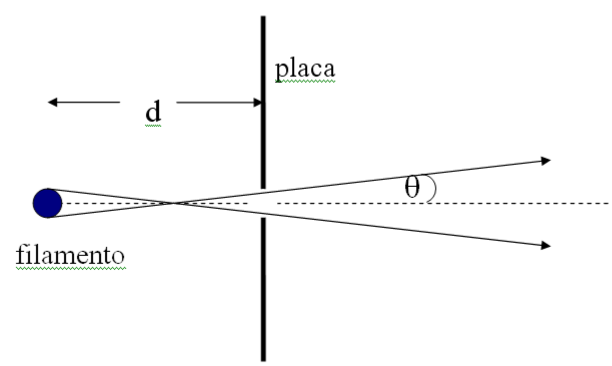
19. Calcule la velocidad y la longitud de onda de de Broglie para:
 (a) Un electrón cuya energa cinética es de 5 ev.
 (b) Un electrón cuya energía cinética es de 5 Mev.
 (c) Un protón cuya energía cinética es de 5 Mev.
 (d) Un bate de beisbol (masa $\approx$ 560 gr) cuya energía cinética es de 5 Mev.

20. Si uno **no** intenta localizar las partículas, la imagen ondulatoria y la corpuscular dan los mismos resultados. Por ejemplo, un haz de electrones es "refractado" cuando encuentra un cambio súbito en energía potencial. Cuando un haz de electrones de energía cinética E cruza una interface donde la energía potencial decrece súbitamente en una cantidad V (por ejemplo, al entrar a un metal), la energía cinética cambia a $E + V$. Los electrones, como partículas, reciben un impulso perpendicular a la superficie, y como resultado del cambio brusco de energía potencial, la componente de velocidad perpendicular a la superficie se incrementa, mientras que las otras componentes no cambian, y el "rayo" se dobla hacia la normal. Por otro lado, si cada electrón es considerado como una onda de de Broglie, la longitud de onda decrece cuando el momentum se incrementa, asi es que el rayo es de nuevo doblado hacia la normal. Muestre que estos dos esquemas dan el **mismo** resultado, calculando la relación entre el ángulo θ_i y θ_r, de ambas maneras.



21. Use el principio de incertidumbre ($\delta x\ \delta p \geq \hbar$) para deducir el radio de la órbita circular mas pequenha en el átomo de hidrógeno. Tome el radio de la órbita como δx, y el momento electrónico como δp_x.(Note que aunque p tiene un valor bien definido en una órbita circular, p_x varía entre $+p$ y $-p$ a medida que el electrón se mueve en su órbita, de modo que $\delta p_x = p$).

22. Se evaporan electrones de un alambre delgado los cuales son atraídos a una placa metálica a potencial V, en donde hay una abertura estrecha paralela al alambre (el alambre es perpendicular a la figura). De esta manera un fino haz de electrones puede ser generado. El haz diverge un poco debido al espesor del alambre y al ancho de la abertura, pero pareciera que uno podra hacer el haz tan plano como se quisiera haciendo la distancia d suficientemente grande. Explique como el principio de incertidumbre pone una limitante a esta posibilidad y calcule (a) La divergencia "geométrica" θ y (b) La divergencia θ requerida por el principio de incertidumbre, cuando el diámetro del filamento y el ancho de la abertura valen 10^{-5} cm, $d = 1$ cm, y existe una diferencia de potencial de 5 V que acelera los electrones entre el filamento y la placa.



Tarea 5 (a entregarse el Viernes 30): Problemas 19, 21 y 22