Departamento de Física—Facultad de Ciencias—U. de Chile
Segundo Semestre 2014

Profesor: Mario I. Molina **Ayudante**: Felipe González

Fisica contemporánea I: Guía para la (mini) prueba #1

1. Quince particulas idénticas tienen diversas velocidades: una tiene una velocidad de 2.0 m/s, dos tienen velocidades de 3.0 m/s; tres tienen velocidades de 5.0 m/s; cuatro tienen velocidades de 7.0 m/s; tres tienen velocidades de 9.0 m/s y dos tienen velocidades de 12.0 m/s. Encuentre la velocidad promedio $< V >$, la velocidad cuadrática media $\sqrt{< V^2 >}$, y la velocidad más probable de estas partículas.

2. Para un gas ideal:
a) Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías.
b) Calcular la fracción de moléculas de un gas que tienen un valor de v_x^2 mayor que la velocidad cuadrática media $\langle v_x^2 \rangle$. Demuestre que esta fracción es independiente de la temperatura de los gases.

3. Suponga un recipiente cerrado de moléculas idénticas de masa m y velocidad v que ejercen una presión p sobre las paredes del recipiente. Si reemplazamos la mitad de ellas por moléculas de masa $m/2$ y velocidad $2v$, cómo varía la presión?

4. Considere un gas ideal de moléculas de N_2 (Nitrogeno), sobre la superficie de la Tierra, y a temperatura ambiente. A esta temperatura, que fracción de las moléculas posee energía suficiente para escapar de la gravedad terrestre ?

5. Calcule la altura promedio a que se halla una molécula de oxígeno O_2 en la atmósfera terrestre, suponiendo una temperatura de 10^oC.

6. Considere las partículas dentro de una centrífuga de gases, un aparato usado para separar partículas de masa diferente, haciéndolas girar en una trayectoria circular de radio r a una velocidad angular ω. La fuerza sobre una partícula dada actúa hacia el centro de la órbita circular, y tiene una magnitud de $m\omega^2 r$. Demuestre que la densidad radial de partículas obedece
$$n(r) = n(0)\ \exp(m\omega^2 r^2/2K_B T)$$

7. Considere un oscilador armónico simple de frecuencia ω y amplitud máxima x_0.
(a) Halle la función densidad de probabilidad para el oscilador, es decir, la probabilidad de que el oscilador sea hallado en el intervalo entre x y $x + dx$, como función de x.
(b) Grafiquela en todo el rango permitido, y muestre que está normalizada a uno.
(c) Evalúe $< x >$, $\sqrt{< x^2 >}$ y la posición más probable.

(d) Cuál es la probabilidad de hallar el oscilador entre $x = 0$ y $x = x_0/2$? Compárela con la probabilidad de hallarlo entre $x = x_0/2$ y $x = x_0$. Cuál es mayor?

8. Considere un recipiente 1D conteniendo un gas de partículas no interactuantes. Suponga que la densidad de probabilidad de hallar una partícula en posición x entre las paredes $x = 0$ y $x = L$ es proporcional a $\sin(\pi x/L)^2$. Encuentre la distribución normalizada para la posición de las partículas, y halle la posición promedio $\langle x \rangle$.

9. Considere una función de distribución de rapideces dada por $f(v) = A\ v \exp(-Bv)$, donde $B \equiv \sqrt{m/K_B T}$ y $0 < v < \infty$.
(a) determine A de modo que $f(v)$ esté normalizada.
(b) Calcule $\langle v \rangle$, $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$, y la velocidad más probable.
(c) Qué porcentaje de las partículas posee rapidez mayor que $2\langle v \rangle$?

10. Considere un oscilador **NO** armónico de masa m y constante de resorte k, donde el potencial tiene la forma $U(x) = (1/2)k|x|$. Sea x_0 la amplitud máxima del oscilador.
(a) Halle la función distribucion (normalizada) para este oscilador, es decir, la probabilidad de que el oscilador sea hallado entre x y $x + dx$, como función de x.
(b) Calcule $\langle x^2 \rangle$.
(c) Calcule la probabilidad de hallar el oscilador en el intervalo $(x_0/2) < x < x_0$.

11. Deduzca la distribución de Maxwell-Boltzmann para un gas ideal bidimensional. Calcule la velocidad media $\langle v \rangle$, la velocidad más probable v_{mp} y $\sqrt{v^2}$, como funciones de la temperatura.

12. En muchos casos de interés la energía total de una partícula puede escribirse de la forma $E = \sum_{n=1}^{n} c_j q_j^2$, donde los c_j son constantes y los q_j son coordenadas de posició o momento. En tal caso , la distribución de Maxwell-Boltzmann tiene la forma $F_{MB} = A\ \exp(-\sum c_j q_j^2/kT)$. Encuentre el valor de la constante A. Luego, como aplicación de este resultado demuestre que la energía promedio por partícula es igual a $(1/2)kT \times n$. Este resultado se conoce como el *Teorema de equipartición de la energía.*

13. Suponga una nave espacial en 2D donde la presión interna es P_0 inicialmente. Si en cierto instante se produce una pequena rotura en el casco de la nave (debida a un micrometeorito), halle el comportamiento de la presión como función del tiempo.

14. A partir de la distribución de velocidades Maxwell-Boltzmann, halle la distribución de energías $G(E)$ donde $G(E)dE$ es la francción de moléculas con energía cinética en el intervalo $[E, E + dE]$.