

## Mecánica II

### Guía 3: Gravitación

ma. 13 oct. 2015

Tarea 3: Cap. 11 Apuntes M-M, Prob. 8, 15, 24, 28, 33

Entrega: mie. 21 de octubre.

---

– Estudie los ejercicios del Cap. 11 de M-M; los del Cap. 13 de A-F y también los resueltos de Benguria-Depassier.

A continuación hay problemas suplementarios.

1. Camino a la luna los astronautas del Apolo alcanzaron un punto en donde la atracción gravitacional de la luna era mas fuerte que la terrestre. (a) Determine la distancia desde este punto hasta el centro de la tierra. (b) ¿Cuál es la aceleración debida a la gravedad de la tierra en ese punto?

(R: (a)  $3,46 \times 10^8$  m (b)  $3,34 \times 10^{-3}$  m/s<sup>2</sup>.)

2. Una partícula de masa  $m$  se mueve a través de una línea recta con rapidez constante en la dirección  $x$  a distancia  $b$  del eje  $x$  (ver figura 1). Muestre que la segunda ley de Kepler se satisface demostrando que los dos triángulos sombreados de la figura tienen la misma área cuando  $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$ .

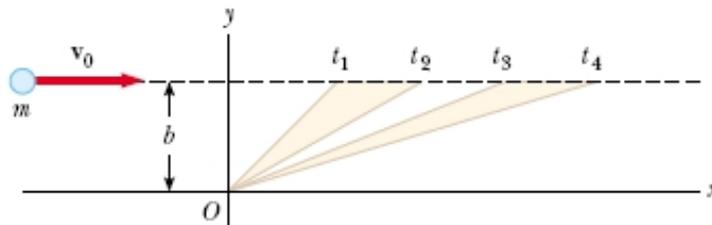


Figura 1:

3. El sistema binario de Plaskett consiste en dos estrellas que giran en una órbita circular alrededor de un centro de masa ubicado a la mitad del camino entre ellas. Esto significa que las masas de las dos estrellas son iguales (ver figura 2). Si la velocidad orbital de cada estrella es de 120 km/s y el período orbital de cada una es de 14,4 días, encuentre la masa  $M$  de cada estrella (para fines comparativos, la masa de nuestro sol es de  $1,99 \times 10^{30}$  kg). (R:  $1,26 \times 10^{32}$  kg (63.3 masas solares))
4. El cometa Halley (ver figura 3) se aproxima al sol hasta 0.57 AU, y su período orbital es de 75.6 años (AU es el símbolo para la unidad astronómica, donde  $1 \text{ AU} = 1,5 \times 10^{11}$  m es la distancia Tierra-Sol). ¿Cuán lejos del Sol viajará el cometa Halley antes de que comience su viaje de retorno? (R: 35,2 AU)

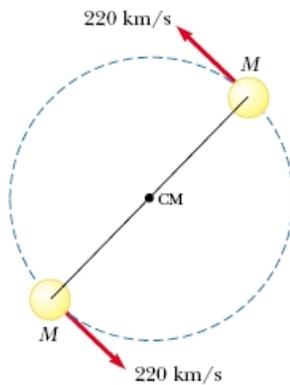


Figura 2:

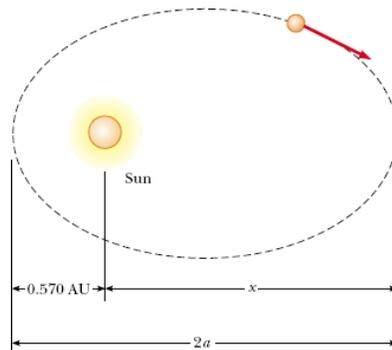


Figura 3:

5. Comparar la atracción gravitacional para un cuerpo de masa  $m$  situado en la superficie de la tierra producida por (a) la luna (b) el sol; con la atracción de la tierra sobre el mismo cuerpo. ¿Qué conclusión obtiene usted acerca de la posibilidad de observar un cambio en el peso del cuerpo durante la rotación diaria de la tierra?
6. Una partícula de masa  $m$  puede moverse en una tubería horizontal sin fricción (ver figura 4) bajo la acción gravitacional de la tierra. Suponiendo que  $x$  es muy pequeña comparada con  $R$ , demostrar que la partícula tiene movimiento armónico simple y que su período es de  $P = 2\pi\sqrt{R/g}$ .
7. Suponer que se hiciera un túnel a través de la tierra a lo largo de un diámetro (ver figura 5). (a) Demostrar que la fuerza sobre una masa  $m$  situada a una distancia  $r$  del centro de la tierra es  $F = -mgr/R$ , si suponemos que la densidad es uniforme. (b) Demostrar que el movimiento de  $m$  sería armónico simple, con un período alrededor de 90 min.
8. Desde la superficie de la tierra se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba a una velocidad de 10 km/s. ¿A qué altura llegará? (R:  $2,52 \times 10^7$  m.)
9. Deduzca una expresión para el trabajo requerido para mover un satélite terrestre de masa  $m$  de una órbita circular de radio  $2R_E$  a una de radio  $3R_E$ . (R:  $W = \frac{GMgm}{12R_E}$ )

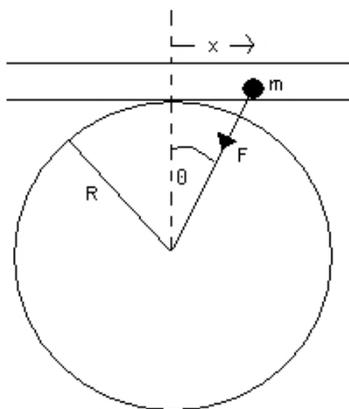


Figura 4:

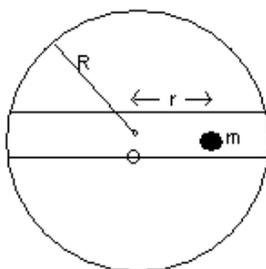


Figura 5:

10. Suponga un satélite en órbita circular de radio  $3R$  alrededor de la Tierra, donde  $R$  es el radio de la Tierra. Su rapidez decrece bruscamente en  $\Delta v$ , dando lugar a una órbita elíptica tangente a la superficie de la Tierra. Determine:
  - a)  $\Delta v$
  - b) la ecuación de la trayectoria elíptica  $\rho(\theta)$
  - c) la rapidez con que el satélite llega a la superficie de la Tierra (si no se considera el efecto de roce con la atmósfera).
  - d) el tiempo transcurrido desde que frena hasta que llega a la superficie.
11. Un satélite terrestre en una órbita elíptica se encuentra a  $250[\text{km}]$  por encima de la superficie de la Tierra en su punto más cercano, siendo su velocidad en ese punto  $9[\text{km/s}]$ . ¿Cuál será su altura sobre la superficie de la Tierra en su punto más alejado?
12. Teorema de Hamilton: Demuestre que en el problema de Kepler, el vector velocidad  $\vec{v}$  describe un círculo. Encuentre la posición del centro del círculo y su radio en términos

del momentum angular  $l$ , del parámetro  $p$  de la cónica, de la masa  $m$  de la partícula y de la excentricidad de la órbita. ¿Cuál es la posición del origen, relativa al círculo, para los casos de movimiento elíptico, parabólico e hiperbólico?