Departamento de Física
Facultad de Ciencias
Universidad de Chile

Profesor: Gonzalo Gutiérrez
Ayudantes: Felipe González
Humberto Loguercio

Mecánica II

Guía 4: Oscilaciones

Mie. 4 nov. 2015

Tarea: Problemas MM. **Cap. 13**: 12, 13, 17. Entrega: Ma. 10 nov., 16:00 hrs.

Estudiar problemas y ejemplos resueltos que aparecen en Apuntes M-M Cap. 13, A-F Cap. 12 y Kleppner Cap. 10, así como en Benguria-Depassier.

A continuación algunos problemas complementarios.

1. Una pelota cae desde el reposo desde una altura de 4 m produciéndose una colisión perfectamente elástica con el suelo. Suponiendo que no se pierde ningún tipo de energía debido al roce del aire. (a) Muestre que el movimiento es periódico, (b) determine el periodo del movimiento, y (c) ¿es el movimiento armónico simple?. Explique.

   R: (b) 1,82 s (c) No.

2. La posición y la velocidad inicial de un objeto en movimiento armónico simple son x_i y v_i respectivamente. La frecuencia angular de oscilación es ω. (a) Muestre que la posición y la velocidad del objeto para todo tiempo puede ser escrita como:

$$x(t) = x_i \cos(\omega t) + \left(\frac{v_i}{\omega}\right) \sin(\omega t)$$

$$v(t) = -x_i \omega \sin(\omega t) + v_i \cos(\omega t)$$

   (b) Si la amplitud del movimiento es A, muestre que

$$v^2 - ax = v_i^2 - a_i x_i = \omega^2 A^2$$

3. Una masa de 0,5 kg que es adosada a un resorte con constante de fuerza de 8 N/m vibra en un movimiento armónico simple con una amplitud de 10 cm. Calcule: (a) El valor máximo de su velocidad y aceleración, (b) la velocidad y la aceleración cuando la masa está a 6 cm de la posición de equilibrio, y (c) el tiempo que toma la masa en moverse de $x = 0$ a $x = 8$ cm.

   R: (a) $v_{max} = 40\,\mathrm{cm/s}$, $a_{max} = 160\,\mathrm{cm/s^2}$ (b) $v = 32\,\mathrm{cm/s}$, $a = -96\,\mathrm{cm/s^2}$ (c) $\Delta t = 0{,}232\,\mathrm{s}$.

4. Una masa de 50 g conectada a un resorte de constante de fuerza 35 N/m oscila en una superficie horizontal sin fricción con amplitud de 4 cm. Encuentre: (a) la energía total del sistema, (b) la rapidez de la masa cuando el desplazamiento es de 1 cm. Encuentre: (c) la energía cinética y (d) la energía potencial, cuando el desplazamiento es 3 cm.

   R: (a) 28 mJ (b) 1,02 m/s (c) 12,2 mJ (d)15,8 mJ.

5. Un péndulo simple tiene una longitud de 5 m. (a) ¿Cuál es el periodo del movimiento armónico simple de este péndulo si está colgando de un elevador que acelera hacia arriba a 5 m/s^2?, (b) ¿cuál es su periodo si el elevador acelera hacia arriba a 5 m/s^2?, y (c) ¿cuál es el periodo para este péndulo si es puesto en un camión que acelera horizontalmente a 5 m/s^2?.

   R: (a) 3,65 s (b) 6,41 s (c) 4,24 s.

6. Una partícula de masa m resbala sin fricción dentro de un bol semiesférico de radio R (vea el movimiento en dos dimensiones). Muestre que si éste parte del reposo a una pequeña distancia del punto de equilibrio, la partícula se mueve con movimiento armónico simple con una frecuencia angular igual que la de un péndulo simple de largo R, esto es: $\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$.

7. Considere el péndulo físico de la figura 1. (a) Si I_{CM} es su momento de inercia con respecto a un eje que pasa a través de su centro de masa y es paralelo al eje que pasa a través de su punto de pivote, muestre que su periodo es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM} + md^2}{mgd}}$$

Donde d es la distancia entre el punto de pivote y el centro de masa. (b) Muestre que el periodo tiene un valor mínimo cuando d satisface $md^2 = I_{CM}$.

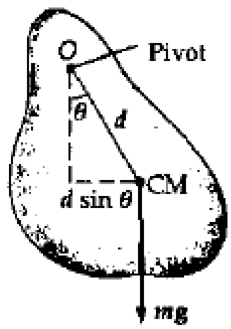

Figura 1: Péndulo físico

8. Muestre que la razón de cambio temporal de energía mecánica para un oscilador amortiguado no forzado está dada por $\frac{dE}{dt} = -bv^2$ y por lo tanto es siempre negativa.

9. El amortiguamiento es despreciable para una masa de 0,15 kg colgando de un resorte liviano de constante $k = 6{,}3$ N/m. El sistema es manejado por una fuerza oscilante de 1,7 N. ¿A qué frecuencia hará la fuerza que la masa vibre con una amplitud de 0,44 m?.

   R: $f = 1{,}31\,\text{Hz}$ o $f = 0{,}641\,\text{Hz}$.

10. Un bloque de masa M es conectado a un resorte de masa m y oscilan con movimiento armónico simple en una pista pulida (ver figura 2). La constante de fuerza del resorte es k y el largo de equilibrio es l. Encuentre: (a) La energía cinética del sistema cuando el bloque tiene una velocidad v y (b) el periodo de oscilación. (Indicación: suponga que todas las porciones del resorte oscilan en fase y que la velocidad de un segmento dx es proporcional a la distancia x desde la terminación del resorte que está fija; esto es: $v_x = [x/l]v$. Además note que la masa de un segmento del resorte es $dm = [m/l]dx$.)

    R: (a) $K = \frac{1}{2}\left(M + \frac{m}{3}\right)v^2$ (b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+\frac{m}{3}}{k}}$.

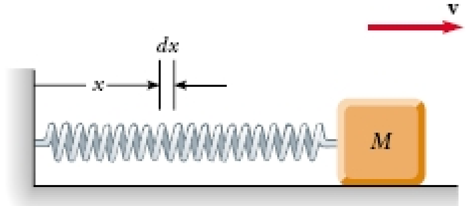

Figura 2: Sistema oscilatorio con movimiento armónico simple.