Departamento de Física—Facultad de Ciencias—U. de Chile
Segundo Semestre 2014

Profesor: M. I. Molina **Ayudante**: F. González

Guía para la Mini-Prueba #5

- Dado que $L = r \times p$, muestre que $[L_x, L_y] = i\hbar L_z$
- Escriba una expresion para la componente z del momento angular, L_z, en terminos de las componentes del momento lineal. Luego use $p_x = -i\hbar\partial/\partial x$ etc., y muestre que
$$L_z = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$
A continuacion demuestre que $L_z = -i\hbar(\partial/\partial\phi)$
- La funcion de onda de una particula en un potencial esfericamente simetrico es
$$\psi(x, y, z) = C(xy + yz + zx)\exp(-\alpha r^2)$$
Demuestre que la probabilidad es cero para el momento angular $l = 0$ y $l = 1$, y que es uno para $l = 2$.
- Muestre que los estados especificados por las funciones de onda
$$\psi_1 = (x + iy)f(r) \qquad \psi_2 = zf(r) \qquad \psi_3 = (x - iy)f(r)$$
son autoestados de la componente z del momento angular. Obtenga los correspondientes autovalores.
- Suponga que un electron esta descrito por la siguiente funcion de onda angular
$$u(\theta, \phi) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{\pi}}\sin^2(\theta)\cos(2\phi)$$
Re-exprese u en terminos de los armonicos esfericos y obtenga la probabilidad de que una medida del operador L^2 arrojará un valor igual a $6\hbar^2$.
- Calcule la probabilidad de que el electron en el estado base del atomo de H sea hallado fuera del primer radio de Bohr.
- Calcule la distancia más probable entre el electron y el nucleo en el estado base del H, y comparela con la distancia promedio.

- Considere un átomo de H en su estado fundamental:

$$\psi_{100} = C_{100} \exp(-r/a_0),$$

donde C_{100} es una constante de normalización y a_0 es el radio de Bohr: $a_0 = \hbar^2/e^2\mu$. El parámetro μ es la masa reducida del sistema protón-electrón: $\mu = m_e m_p/(m_e + m_p)$, e es la carga electrónica, m_e y m_p son la masa del electrón y protón, respectivamente ($m_p \approx 1836\ m_e$).
(a) Calcule la constante de normalización C_{100}.
(b) Calcule el radio promedio de la nube electrónica (en términos de a_0).
(c) Suponga ahora que el electrón es substituído por un muón, una partícula con carga idéntica a la del electrón, pero con una masa 207 veces mayor. Calcule el nuevo radio promedio del átomo de H, en términos de a_0. (Este proceso es la base de un método para producir fusion en frío, pues al achicar al atomo de H, ambos núcleos pueden acercarse más y con ello aumenta la probabilidad de una reacción nuclear.)

- Calcule el valor esperado de r para átomos de Hidrógeno cuyas autofunciones sean u_{100}, u_{200} y u_{300}.

- Considere un atomo de H en su estado fundamentel. Calcule la probabilidad de hallar al electron entre $r_1 = a_0/2$ y $r_2 = 3a_0/2$.

- Pruebe que el n-esimo nivel de energia de un atomo tiene degeneracion igual a n^2.

- Calcule la energia potencial y energia cinetica promedio para un electron en el estado base del H.

- La parte radial para la autofuncion para el atomo de H en el estado $2p$ esta dado por:

$$R_{2p}(r) = Are^{-r/2a_0}$$

donde A es una constante y a_0 es el radio de Bohr. Usando esta expresion calcule el valor promedio de r para un electron en este estado.

- La distancia promedio entre el electron y el proton en el atomo de H para el estado base es de $1.5a_0$. Para este caso calcule Δr, la incerteza de este valor medio, y comparela con el promedio mismo. Comente sobre el significado de su resultado.

- Calcule el producto de incerteza $\Delta r \Delta p$ para el electron $1s$ de un atomo tipo H, con numero atomico Z.

- Considere un electron en el estado base del H. Encuentre el valor de r tal que la probabilidad de hallar al electron dentro de una esfera de radio r centrada en el nucleo, es **igual** a la probailidad de hallar al electron fuera de esta esfera.