Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecanica Cuantica I
Profesor: Miguel Kiwi
Ayudante: Felipe González C.

Tarea 2
11 de Abril de 2013

Entrega: 18 de abril de 2013

---

1. Demuestre las siguientes propiedades para operadores $\check{\mathbf{A}}$ y $\check{\mathbf{B}}$ arbitrarios:

   a) Si $\langle\phi_1|\check{\mathbf{A}}|\phi_2\rangle = \langle\phi_1|\check{\mathbf{B}}|\phi_2\rangle$ para todo $|\phi_1\rangle$ y $|\phi_2\rangle$, entonces $\check{\mathbf{A}} = \check{\mathbf{B}}$.

   b) Si $\check{\mathbf{A}}$ y $\check{\mathbf{B}}$ conmutan, y $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ son dos autovectores de $\check{\mathbf{A}}$ con diferentes autovalores, entonces $\langle\psi_1|\check{\mathbf{B}}|\psi_2\rangle$ es cero y $\check{\mathbf{B}}|\psi_1\rangle$ es también un autovector de $\check{\mathbf{A}}$, con el mismo autovalor.

2. Considere un sistema cuyo Hamiltoniano esta dado por $\check{\mathbf{H}} = \alpha(|\psi_1\rangle\langle\psi_2| + |\psi_2\rangle\langle\psi_1|)$, donde α es un número real que tiene dimensiones de energía y $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ son vectores ortonormales.

   a) ¿Es $\check{\mathbf{H}}$ un operador de proyección?, ¿que puede decir de $\alpha^{-2}\check{\mathbf{H}}^2$?

   b) Muestre que $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ no son autoestados de $\check{\mathbf{H}}$.

   c) Calcule los conmutadores $[\check{\mathbf{H}},|\psi_1\rangle\langle\psi_2|]$ y $[\check{\mathbf{H}},|\psi_2\rangle\langle\psi_2|]$, y encuentre la relación entre ellos.

   d) Encuentre los autoestados normalizados de $\check{\mathbf{H}}$ y su correspondiente autovalor de la energía.

3. Considere dos operadores, $\check{\mathbf{L}}_z$ y $\check{\mathbf{S}}$ dados por:

$$\begin{array}{lll} \check{\mathbf{L}}_z|u_1\rangle = |u_1\rangle & \check{\mathbf{L}}_z|u_2\rangle = 0 & \check{\mathbf{L}}_z|u_3\rangle = -|u_3\rangle \\ \check{\mathbf{S}}\ |u_1\rangle = |u_3\rangle & \check{\mathbf{S}}\ |u_2\rangle = |u_2\rangle & \check{\mathbf{S}}\ |u_3\rangle = |u_1\rangle \end{array}$$

   a) Escriba las matrices que representan a los operadores $\check{\mathbf{L}}_z$, $\check{\mathbf{L}}_z^2$, $\check{\mathbf{S}}$ y $\check{\mathbf{S}}^2$ en la base $\{|u_i\rangle\}$. ¿Pueden estar estos operadores asociados a un observable físico?

   b) Dé la forma de la matriz más general que represente un operador que conmuta con $\check{\mathbf{L}}_z$. Haga lo mismo para $\check{\mathbf{L}}_z^2$ y $\check{\mathbf{S}}^2$.

   c) ¿Forman $\check{\mathbf{L}}_z^2$ y $\check{\mathbf{S}}$ un set completo de observables compatibles? Dé una base común de autovectores.