Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecanica Cuantica I
Profesor: Miguel Kiwi
Ayudante: Felipe González C.

Tarea 4
9 de Mayo de 2013

Entrega: 17 de Mayo de 2013

1. Considere un sistema cuyo estado en cierto tiempo t es $|\psi(t)\rangle$, y dos observables $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ representados por por

$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \check{\mathbf{A}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \check{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que una medida de $\mathcal{A}$ en el tiempo t entregue -1?

   b) Consideremos un conjunto de dos medidas, donde $\mathcal{B}$ es medido primero y luego, inmediatamente después, $\mathcal{A}$ es medido. Encuentre la probabilidad de obtener el valor 0 para $\mathcal{B}$ y el valor 1 para $\mathcal{A}$.

   c) Ahora medimos $\mathcal{A}$ primero y luego $\mathcal{B}$. Encuentre la probabilidad de obtener un valor de 1 para $\mathcal{A}$ y un valor de 0 para $\mathcal{B}$.

   d) Compare los resultados de b) y c). Explique.

2. Consideremos el operador $\check{\mathbf{A}}_\theta$ dado por

$$\check{\mathbf{A}}_\theta = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \cos\theta & -i\sin\theta \\ i\sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix}.$$

   Este operador corresponde al operador de spin en la dirección θ. La matriz está escrita en la base de los autoestados de $\check{\mathbf{S}}_z = \check{\mathbf{A}}_0$, $|\frac{1}{2}\rangle \equiv |\uparrow\rangle$ y $|-\frac{1}{2}\rangle \equiv |\downarrow\rangle$, llamados estados de spin *up* y spin *down*.

   a) Calcular los autovectores, ortonormalizarlos y verificar la completitud de la base obtenida.

   b) ¿Cuáles son los valores posibles que se obtienen al medir este observable?

   c) Se mide $\check{\mathbf{A}}_z$ ($\check{\mathbf{A}}_{\theta=0}$) y se obtiene como resultado a_1 ($\geq a_2$.) Se vuelve a medir $\check{\mathbf{A}}_z$. ¿Cuál es la probabilidad de obtener a_2?

   d) Se mide $\check{\mathbf{A}}_z$ y se obtiene a_1. Luego se mide $\check{\mathbf{A}}_\theta$ (θ arbitrario). ¿Qué se obtiene? ¿Hay algún θ para el cual se obtenga a_2 con certeza?

   e) Se mide $\check{\mathbf{A}}_z$ y se obtiene a_2. Luego se mide $\check{\mathbf{A}}_{\pi/2}$ y se obtiene a_1. ¿Qué probabilidad hay de obtener a_2 al medir $\check{\mathbf{A}}_z$?