Mecánica Estadística

Tarea 4

Universidad del Chile, Facultad de Ciencias,
Departamento de Física, Santiago, Chile

Entrega : Viernes 1 de Octubre de 2010

Ayudante: Felipe González
Profesor: David Gottlieb

28 de septiembre de 2010

Problema 1

Considere un gas de N partículas, a temperatura constante T, confinado a vivir en un área A. Encuentre la energía interna del sistema y la ecuación de estado cuando la superficie en la que viven es un cascarón esférico. Hágalo también para el caso en que las partículas viven en la superficie de un toro (radio menor a y radio mayor b). ¿Qué varía en la energía interna de un caso a otro?

Problema 2

Para un sistema clásico a temperatura T, con Hamiltoniano

$$H(q_1, \cdots p_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m_i} + \frac{1}{2} k_i q_i^2,$$

muestre que se cumple

$$\frac{< p_i^2 >}{2m_i} = \frac{kT}{2} \qquad \frac{k_i}{2} < q_i^2 >= \frac{kT}{2}.$$

Use lo anterior para derivar la ley de Dulong-Petit para la capacidad calórica de un cristal armónico. Por último, demuestre que para un Hamiltoniano más general,

$$H(q_1, \cdots p_N) = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m_i} + U(q_1 \cdots q_N),$$

se cumple el teorema de equipartición generalizado:

$$\left\langle x_i \frac{\partial H}{\partial x_j} \right\rangle = \delta_{ij} kT.$$

Problema 3

Los niveles de energía de un cuerpo rígido rotante son

$$\varepsilon_n = n(n+1) \frac{h^2}{8\pi^2 m a^2,}$$

donde $n = 0, 1, 2, \ldots$ Cada nivel de energía tiene una degeneración $g_n = 2n + 1$.

a) Encuentre la función partición del sistema y muestre que para altas temperaturas, puede ser aproximada por una integral.

b) Evalúe la energía y capacidad calórica a altas temperaturas.

c) Encuentre aproximaciones para U y C_V en el límite de bajas temperaturas.