Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecanica Cuantica I
Profesor: Miguel Kiwi
Ayudante: Felipe González C.

Tarea 6

23 de Mayo de 2013

Entrega: 31 de Mayo de 2013

1. Considere un átomo que se encuentra bajo la acción de un potencial armónico $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, y una propiedad $\mathcal{A}$ cuyo operador hermítico asociado, escrito en la base de los autoestados del hamiltoniano respectivo, está dado por

$$\check{\mathbf{A}} = a_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}.$$

La frecuencia de vibración es $\omega = 2\pi\nu = 420$ THz, correspondiente a las vibraciones típicas en la escala atómica.

   a) ¿Qué resultados espera obtener de una medición de $\mathcal{A}$? Encuentre sus autoestados.
   b) ¿Es $\mathcal{A}$ una cantidad conservada para el sistema?
   c) Supongamos que se mide $\mathcal{A}$ y se obtiene a_0. ¿Cuál es la probabilidad de obtener $0{,}96757$ eV al medir la energía transcurrido 1 fs desde que se midió $\mathcal{A}$? ¿Y si esperamos más tiempo?
   d) Supongamos que se mide la energía del sistema y se obtiene $0{,}96757$ eV. ¿Cuál es la probabilidad de obtener a_0 al medir $\mathcal{A}$ transcurrido 1 fs desde que se midió la energía? ¿Y si esperamos más tiempo?
   e) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir después de haber obtenido a_0 para que la probabilidad de encontrar a la partícula entre $-x_0$ y $x_0 \equiv \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ sea máxima? Considerando que el primer y segundo estados excitados del oscilador armónico pueden ser escritos como

$$\psi_1(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{2} y e^{-y^2/2}, \quad \psi_2(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2}}(2y^2 - 1) e^{-y^2/2},$$

   donde $\alpha = \frac{m\omega}{\hbar} = \frac{1}{x_0^2}$, $y = \sqrt{\alpha}x$, muestre que esta probabilidad es aproximadamente $32\,\%$.

2. Considere un sistema cuya función de onda en un tiempo $t = 0$ está dada por

$$\psi(x,0) = \frac{5}{\sqrt{50}}\phi_0(x) + \frac{4}{\sqrt{50}}\phi_1(x) + \frac{3}{\sqrt{50}}\phi_2(x),$$

donde ϕ_n es la función del n-ésimo estado excitado del oscilador armónico.

   a) Encuentre la energía promedio de este sistema.
   b) Encuentre el estado $\psi(x,t)$ para un tiempo posterior t y el valor promedio de la energía. Compare con el resultado anterior.
   c) Encuentre la posición promedio de la partícula en función del tiempo y demuestre que es una oscilación armónica de periodo $T = 2\pi/\omega$. ¿Cuál es la amplitud de oscilación?
   d) Encuentre la incerteza en la posición del sistema en el tiempo t.