UNIVERSIDAD DE CHILE
Departamento de Física
Física Contemporánea 2010

Solución tarea 8

Profesor: Mario Molina **Ayudante**: Felipe González

Problema 1

Ya lo subiré en unas horas más...

Problema 2

Tenemos el potencial

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - e\varepsilon x,$$

por lo cual tenemos un hamiltoniano

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 - e\varepsilon x.$$

Si definimos $y = x - \frac{e\varepsilon}{(m\omega^2)}$, tenemos

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 - \frac{e^2\varepsilon^2}{2m\omega^2}.$$

Este hamiltoniano tiene la misma estructura que el hamiltoniano del oscilador armónico no perturbado (salvo una constante aditiva), por lo cual los niveles de energías serán los mismo, añadiendo esta constante, es decir

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) - \frac{e^2\varepsilon^2}{2m\omega^2}.$$

Las funciones de onda serán las mismas, ya que bajar el cero del potencial no cambia las funciones de onda, es decir,

$$\psi(y) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\, 2^n n! x_0}} e^{-\frac{y^2}{2x_0^2}} H_n\left(\frac{y}{x_0}\right), \tag{1}$$

donde $y = x - \frac{q\varepsilon}{m\omega^2}$ y $x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. Esto significa que el oscilador armónico tiene como nuevo punto de equilibrio $x = \frac{e\varepsilon}{m\omega^2}$ (oscilador armónico desplazado).

Problema 3

Este potencial representa un oscilador armónico en el cual la partícula sólo se mueve en la región $x > 0$ (satisface la misma ecuación de Schrödinger que el oscilador armónico original); pero el hecho de haber un potencial infinito en la región $x < 0$, impide a la partícula entrar en esta región, lo que anula la función de onda en este intervalo. Por lo tanto, la solución a la ecuación de ondas para este potencial es

$$\psi_n(x) = \begin{cases} 0 & x \leqslant 0 \\ \phi_n(x) & 0 \leqslant x \end{cases}$$

donde ϕ_n son las funciones de onda del oscilador armónico mostradas en la ecuación (1). Pero ψ_n debe ser continua, por lo que las soluciones ϕ_n que no se anulen en $x = 0$ (ϕ_n con n par) no son compatibles. Por lo tanto

$$\psi_n(x) = \begin{cases} 0 & x \leqslant 0 \\ \phi_{2n+1}(x) & 0 \leqslant x \end{cases}$$

De aquí, los niveles de energía serán

$$E_n = \hbar\omega \left[(2n-1) + \frac{1}{2} \right]$$

con $n \in \mathbb{N}$.