Departamento de Física
Facultad de Ciencias
Universidad de Chile

Métodos de la Física Matemática I
Profesor: Gonzalo Gutiérrez
Ayudante: Nicolás Amigo

**Guía 9**
Martes 22 de Julio 2010

---

## Transformaciones por Funciones Elementales y Transformaciones Conformes

1. Sea R la región rectangular en el plano $z$, limitada por $x = 0$, $y = 0$, $x = 2$, $y = 1$. Determinar la región R′ del plano $w$ en la cual R se aplica bajo las transformaciones
   a) $w = z + (1 - 2i)$
   b) $w = \sqrt{2}e^{\pi i/4}z$
2. Determinar la región del plano $w$ en la cual cada una de las siguientes regiones se aplica por la transformación $w = z^2$
   a) Primer cuadrante del plano $z$.
   b) Región limitada por $x = 1$, $y = 1$, $x + y = 1$.
3. Encontrar transformación racional lineal que aplica los puntos $0$, $i$, $-i$ en $1$, $-1$, $0$, respectivamente.
4. Encontrar transformación racional lineal que aplica los puntos $1$, $i$, $0$ en $0$, $-1$, $-i$, respectivamente.
5. Considerar el contorno $C$ definido por $x = y$, $x > 0$ y el contorno $C_1$ definido por $x = 1$, $y \geq 1$. Transformar estas dos curvas usando $w = 1/z$ y verificar que su ángulo de intersección es preservado en tamaño y dirección.
6. Discutir la forma en la cual $w = \sin z$ transforma la región $y \geq 0$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.
7. Indicar como transforma $w = \cos z$ las siguientes regiones
   a) La línea infinita $a \leq \text{Re } z \leq b$, donde $0 < a < b < \pi$.
   b) La línea infinita $0 \leq \text{Re } z \leq \pi$.
8. Indicar como transforma $z = a \cosh w$, con $a > 0$, las siguientes regiones
   a) $v = \pm\pi$, $u > 0$
   b) $v = 0$, $u > 0$
   c) $u = 0$, $0 \leq v \leq \pi$
9. Considere la transformación $z = w^2$ que aplica el dominio $v > 0$, $0 < u < 1$, sobre el dominio que se encuentra encima del eje $x$ y debajo de la parábola $x = -\frac{1}{4}y^2 + 1$. Utilizándola, encuentre una función $\phi(x, y)$ que sea armónica en el dominio debajo de la parábola y encima del eje $x$, que sea igual a $V_1$ sobre el semieje $x$ negativo e igual a $V_2$ sobre la parábola y cuya derivada normal $\frac{\partial\phi}{\partial y}$ sea nula en $0 < x < 1$.