Departamento de Física
Facultad de Ciencias
Universidad de Chile

Profesor: Gonzalo Gutiérrez
Ayudantes: Uta Naether
Felipe González

Mecánica I, 2009

Guía 3: Cinemática en 2-D y 3-D **Jueves 26 de Marzo**

Tarea: Problemas 5, 13, 25, 40, Cap.3 de los Apuntes. Entrega: Miércoles 8 de Abril.

Sistemas de Coordenadas

1. Dos puntos en el plano xy tienen coordenadas cartesianas $(2{,}00, -4{,}00)$ m y $(-3{,}00, 3{,}00)$ m. Determine a) la distancia entre estos puntos y b) la distancia entre ellos.

2. Si las coordenadas cartesianas y polares de un punto son $(2, y)$ y $(r, 30^o)$, respectivamente, determine y y r.

3. Si las coordenadas polares del punto (x, y) son (r, θ) determine las coordenadas polares para los puntos: a)$(-x, y)$, b)$(-2x, -2y)$ y c)$(3x, -3y)$.

Algunas propiedades de los vectores

4. De manera arbitraria defina el "vector instantáneo de altura" como el vector desplazamiento a partir del punto medio entre los pies y la parte superior de la cabeza. Estime un orden de magnitud del vector total de altura de toda la gente en una ciudad de 100000 habitantes a) a las 10 a.m. y b) a las 5 a.m. de un sábado. Explique su razonamiento.

5. Una persona camina por una trayectoria circular de radio 5 m. Si la persona camina alrededor de la mitad de un círculo encuentre a) la magnitud del vector desplazamiento y b) la distancia recorrida por la persona. c)¿Cuál es la magnitud del desplazamiento si la persona camina todo el recorrido alrededor de un círculo?

6. Una topógrafa calcula el ancho de un río mediante el siguiente método: se para directamente frente al árbol en la ribera opuesta y camina 100 m a lo largo de la ribera para establecer su línea base. Después mira al árbol. El ángulo que forma la línea base con el árbol es de 35^o. ¿Cuál es el ancho del río?

7. Un avión vuela 200 m directo al oeste desde la ciudad A hasta la ciudad B y después 300 m en la dirección de 30^o al noroeste de la ciudad B hasta la ciudad C. a) En línea recta, ¿a qué distancia está la ciudad C de la ciudad A? b) Respecto de la ciudad A, ¿en qué dirección está la ciudad C

8. Cada uno de los vectores desplazamiento $\vec{a}$ y $\vec{b}$ mostrados en la figura 1 tiene una magnitud de 30 m. Determine gráficamente a) $\vec{a}+\vec{b}$, b)$\vec{a}-\vec{b}$, c)$\vec{b}-\vec{a}$ y d)$\vec{a}-2\vec{b}$. Exprese todos los ángulos en sentido contario a las manecillas del reloj a partir del eje $\hat{x}$ positivo.

Componentes de un vector y vectores unitarios.

9. Al pasar sobre la isla Gran Bahama, el ojo de un huracán se mueve en una dirección 60^o al noroeste con una rapidez de 41 km/h. Tres horas después se desvía repentinamente hacia el norte y su rapidez se reduce a 25 km/h. ¿A qué distancia se encuentra el ojo del huracán 450 h después de que pasa por la isla?

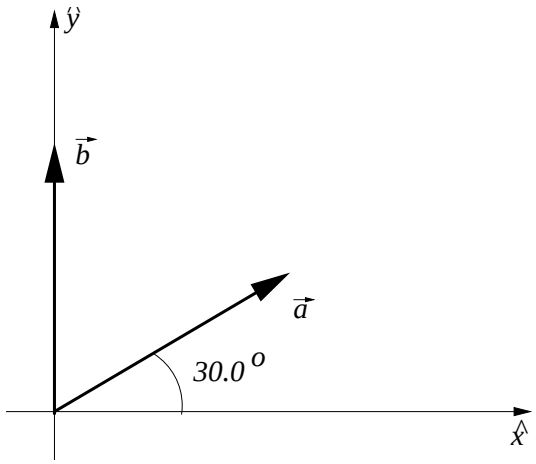

Figura 1: Dos vectores en un sistema cartesiano bidimensional.

10. a) El vector $\vec{E}$ tiene magnitud 17 cm y está dirigido 27° en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir del eje $\hat{x}$. Expréselo en notación de vectores unitarios. b) El vector $\vec{F}$ tiene magnitud 17 cm y está dirigido 27° en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir del eje $\hat{y}$. Expréselo en notación de vectores unitarios. c) El vector $\vec{G}$ tiene magnitud 17 cm y está dirigido 27° en sentido de las manecillas del reloj a partir del eje $\hat{y}$. Expréselo en notación de vectores unitarios.

11. Las instrucciones para descubrir un tesoro enterrado son las siguientes: ir 75 pasos a 240°, girar hasta 135° y caminar 125 pasos, después caminar 100 pasos a 160°. Los ángulos están medidos en sentido contrario al de las manecillas del reloj a partir de un eje que apunta hacia el este , en dirección de $\hat{x}$. Determine el desplazamiento resultante desde el punto de partida.

12. Los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tienen igual magnitud de 5. Si la suma de $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es el vector $6\hat{y}$, determine el ángulo entre $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

13. El vector $\vec{b}$ puede ser escrito en la forma $\vec{b} = 4\hat{x} + 6\hat{y} + 3\hat{z}$. Calcule la magnitud de $\vec{b}$ y los ángulos que forma dicho vector con los ejes de coordenadas.

14. Dados los vectores $\vec{a} = 12\hat{x} + 3\hat{y}$, $\vec{b} = 4\hat{x} + 7\hat{y} - 8\hat{z}$ y $\vec{c} = 9\hat{z}$, analice y evalúe, si fuese necesario, las siguientes operaciones: a)$\vec{a} + \vec{b} + 7\vec{c}$. b)$\vec{a}/\vec{b}$. c)$(\vec{c}\vec{a}) - 89\vec{a}$. d)$20\,(\vec{a} + \vec{c}) + \left(\vec{b}/4\right)$

Vectores desplazamiento, velocidad y aceleración

15. En un tiempo t_0 la velocidad de un objeto está dada por $\vec{v}_0 = 125\hat{x} + 25\hat{y}$. Un tiempo t después la velocidad es $\vec{v} = 100\hat{x} - 75\hat{y}$. Â¿Cuál es la aceleración promedio del objeto durante este intervalo?
    R: $\overline{\vec{a}} = (c-a)/t\ \hat{x} + (d-b)/t\ \hat{y}$

16. Suponga que la trayectoria de una particula está dada por $\vec{r}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$ con $x(t) = at^2 + bt$ y $y(t) = ct + d$, donde a, b, c y d son constantes que tienen dimensiones apropiadas. Qué desplazamiento experimenta la partícula entre $t = 1s$ y $t = 3s$?
    R: $(8a + 2b)\hat{x} + 2c\hat{y}$

17. Las coordenadas de un objeto moviéndose en el plano xy varían con el tiempo de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$x = -5\,sen(wt)$$
$$y = 4 - 5\,cos(wt)$$

donde t está en segundos y w tiene unidades de s^{-1}. a) determine las componentes de la velocidad y la aceleración en $t = 0$ b) escriba expresiones para los vectores: posición, velocidad y aceleración a un tiempo cualquiera $t > 0$ c) describa el recorrido del objeto en un gráfico xy.

R: a) $v_x = -5w$; $v_y = 0$; $a_x = 0$; $a_y = 5w^2$

18. Un avión vuela 482.79 km al este desde la ciudad A hasta la ciudad B en 45 min y luego 965.58 km al sur desde la ciudad B hasta la ciudad C en 1.5 h. a) cuál es la magnitud y la dirección del vector desplazamiento que representa al viaje completo?, cuál es b) el vector velocidad promedio, y c) la rapidez promedio en el viaje?

R: a) 1078.2 km, 63 sureste; b) 482.79 km/h, 63 sureste; c) 643.72 km/h.

Movimiento en dos dimensiones con aceleración constante

19. Una partícula A se mueve a lo largo de la linea $y = d$ (d = 30 m) paralela al eje x (ver figura 2) con una velocidad constante de v (v = 3 m/s). Una segunda partícula B parte del origen con rapidez 0 y aceleración constante a (a= 0.4 m/s^2) en el mismo instante en que la partícula A alcanza el eje y. A qué ángulo θ entre a y el eje y positivo obtendríamos una colisión entre estas dos partículas?

R: 60.

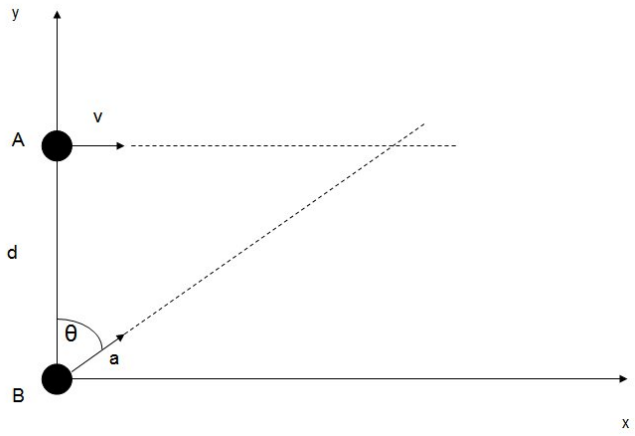

Figura 2: Dos cuerpos en un sistema cartesiano bidimensional.

20. Una partícula parte del origen con una velocidad inicial de $v = 3$ m/s en la dirección del eje x positivo, y experimenta una aceleración constante $\vec{a} = -1\hat{x} - 0{,}5\hat{y}$ en m/s^2. a) Cuál es la velocidad de la partícula cuando alcanza su máximo en el eje x ? b)dónde está la partícula en ese momento?

R: a) $\vec{v} = 0\hat{y} - 1{,}5\hat{y}$; b) $\vec{r} = 4{,}5\hat{x} + 2{,}25\hat{y}$.

21. Un pez nadando en un plano horizontal tiene velocidad $\vec{v_i} = 4\hat{x} + 1\hat{y}$ m/s en un punto cuya ubicación con respecto a cierta roca es $\vec{r_i} = 10\hat{x} - 4\hat{y}$ m. Después de que el pez nada con aceleración constante durante 2 su velocidad es $\vec{v} = 20\hat{x} - 5\hat{y}$ m/s a) cuáles son las componentes de la aceleración?; b) cuál es la dirección de la aceleración con respecto al vector unitario $\hat{x}$?; c)dónde está el pez en el tiempo $t = 25$ s si este mantiene su aceleración original y en qué dirección se está moviendo?

R: a) $0{,}8\hat{x} - 0{,}3\hat{y}$ m/s^2; b) 339 ; c) $360\hat{x} - 72{,}7\hat{y}$ m.

Movimiento de proyectiles

22. Un rifle apunta horizontalmente al centro de un blanco que está a 30.5 m. La bala pega 7.5 cm bajo el centro del blanco. Cuál es la velocidad de la bala cuando es disparada por el rifle?

    R: 244.6 m/s

23. Una pelota es lanzada al aire desde el suelo. A una altura de 9.1 m la velocidad es $\vec{v} = 7{,}6\hat{x} + 6{,}1\hat{y}$ en metros por segundo. a)Cuál es la altura máxima que alcanzará la pelota?; b) cuál será la distancia horizontal total que viajará la pelota?; c) cuál es la velocidad de la pelota (magnitud y dirección) en el instante justo antes de golpear el suelo?

    R: a) 11 m; b) 23 m; c) 17 m/s, 62 bajo la horizontal.

24. Una pelota rueda por la parte de arriba de una escalera con una velocidad horizontal de magnitud 1.53 m/s. Los peldaños tienen una altura y un ancho de 20 cm. Cuál peldaño golpeará primero la pelota?

    R: El tercero.

25. Una granada es disparada con una velocidad inicial de 300 m/s a 55 sobre la horizontal. Esta explota en una ladera 42 s después de ser disparada. Cuáles son las coordenadas x e y de la granada cuando explota, relativas al punto de disparo?

    R: $x = 7.23$ km; $y = 1.68$ km.

26. Durante la primera guerra mundial los alemanes tenían un cañón llamado Big Bertha que se usó para bombardear París. Los proyectiles tenían una velocidad inicial de 1.7 km/s a una inclinación de 55 con la horizontal. Para dar en el blanco, se hacían ajustes en relación con la resitencia del aire y otros efectos. Si ignoramos esos efectos, a) cuál era el alcance de los proyectiles? b) cuánto permanecían en el aire?

    R: a) 277 km ; b) 284 s.

27. Un bombero a una distancia d de un edificio en llamas, dirige un chorro de agua de una manguera a un angulo θ sobre la horizontal. Si la velocidad inicial del chorro es v_i, a que altura h el agua incide en el edificio?

    R: $d\ \tan\theta - gd^2/(2{v_i}^2\cos^2\theta)$

Movimiento circular uniforme

28. Un satélite de la tierra se mueve en una órbita circular a 640 km por sobre la superficie de la tierra. El tiempo de una revolución es de 98 min. Cuál es la aceleración de gravedad en la órbita? (recuerde que el radio de la tierra es de 6400 km.)

    R: 8 m/s^2

29. Un atleta hace girar un disco de 1 kg a lo largo de una trayectoria circular de 1.06 m de radio. La rapidez máxima del disco es 20 m/s. Determine la magnitud de la aceleración radial máxima del disco.

    R: 377 m/s^2

30. Una llanta de 0.5 m de radio gira a una rapidez constante de 200 rev/min. Encuentre la rapidez y la aceleración de una pequeña piedra incrustada en una de las cuerdas en el borde exterior de la llanta. Recuerde que en una revolución la piedra viaja una distancia igual a la circunferencia de su trayectoria ($2\pi r$).

    R: 10.5 m/s; 219 m/s^2

Aceleración tangencial y radial

31. Un tren frena cuando libra una pronunciada curva horizontal, reduciendo de 90 a 50 km/h en los 15 s que tarda en recorrerla. El radio de la curva es de 150 m. Calcule la aceleración en el momento en que la rapidez del tren alcanza los 50 km/h. Suponga que el tren frena a una proporción uniforme durante el intervalo de 15 s.

    R: 1.48 m/s^2 hacia dentro a 29.9 tras el radio.

32. La figura 3 representa, en un instante dado, la aceleración y velocidad totales de una partícula que se mueve en la dirección de las manecillas del reloj en un círculo de 2.5 m de radio. En este instante encuentre: a) la aceleración radial, b) la rapidez de la partícula y c) su aceleración tangencial.

    R: a) 13 m/s^2; b) 5.7 m/s; c) 7.5 m/s^2

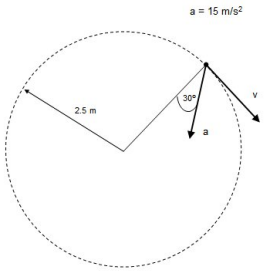

Figura 3: Vectores $\vec{a}$ y $\vec{v}$ en un movimiento circunferencial.

33. Un automóvil cuya rapidez está aumentando a una relación de 0.6 m/s^2 viaja a lo largo de un camino circular de radio 20 m. Cuando la rapidez instantánea del automóvil es 4 m/s, encuentre: a) la componente tangencial de la aceleración, b) la componente radial de la aceleración, c) la magnitud y dirección de la aceleración total.

    R: a) 0.6 m/s^2 ; b) 0.8 m/s^2 ; c) tiene magnitud 1 y está a 53 bajo el eje $\hat{\theta}$

Velocidad relativa y aceleración relativa

34. La nieve esta cayendo verticalmente a una rapidez constante de 8 m/s. A qué ángulo desde la vertical aparecen cayendo los copos para el conductor de un auto que viaja en linea recta con una rapidez de 50 km/h?

    R: 60

35. Una persona sube por una escalera mecánica detenida en 90 s. Cuando sube por la misma escalera pero ahora en movimiento se demora solo 60 s. Cuánto tiempo se demoraría en subirla si además caminara por ella hacia arriba encontrándose esta en movimiento?

    R: 36 s

36. Una mujer puede andar en un bote a 4 mi/h en agua detenida. a) Si ella está cruzando un río donde la corriente va a 2 mi/h, en qué dirección dirigirá el bote si ella quiere llegar a un punto directamente opuesto a su punto de partida? b) si el río tiene un ancho de 4 mi cuánto se demorará en cruzar el río? c) cuánto se demorará en viajar río abajo 2 mi y luego volver a su punto de partida? d) cuánto se demorará en viajar 2 mi río arriba y volver al punto de partida? e) en qué dirección debe dirigir el bote si ella quiere cruzar el río en el menor tiempo posible?

    R: a) 30 río arriba ; b) 69 min ; c) 80 min ; d) 80 min ; e) perpendicular a la corriente, el menor tiempo es 60 min

37. El piloto de un avión observa que la brújula indica que va rumbo al oeste. La rapidez del avión con respecto al aire es de 150 km/h. Si hay un viento de 30 km/h hacia el norte, encuentre la velocidad del avión con respecto al suelo.

    R: 153 km/h a 11.3 al noroeste

38. Un niño en peligro de ahogarse en un río está siendo arrastrado aguas abajo por una corriente que tiene una rapidez de 2.5 km/h. El niño se encuentra a 0.6 km de la orilla y 0.8 km aguas arriba de un atracadero de botes cuando un bote de rescate arranca para salvarlo. a) Si el bote avanza a su rapidez máxima de 20 km/h en relación con el agua, qué dirección con respecto a la orilla debe tomar el piloto?, b) qué ángulo forma la velocidad del bote con la orilla?, c) cuánto tarda el bote en alcanzar al niño?

    R: a) 36.9 ; b) 41.6 ; c) 3 min

39. Un río tiene una rapidez estable de 0.5 m/s. Un estudiante nada aguas arriba una distancia de 1 km y luego regresa al punto de partida. Si el estudiante puede nadar a una rapidez de 1.2 m/s en aguas tranquilas, cuánto tiempo dura su recorrido? Compare éste con el tiempo que duraría el recorrido si el agua estuviera quieta.

    R: 2.02×10^3 s; 21 % mas largo